

累積オッズ比に基づく両側順序分割表の解析

越 水 孝*, 辻 谷 将 明**

Analysis for the Doubly-Ordered Contingency Tables by Cumulative-Odds Ratio

Takashi Koshimizu* and Masaaki Tsujitani**

行・列(変数)のカテゴリに順序をもつ分割表(両側順序分割表)に関し, 累積オッズ比による連関構造の探索法について考察する。行・列におけるカテゴリ間の連関パターンは, 多項サンプリングのもとで, 一様連関モデルを想定して解析されてきた。しかし, 連関パターンの一様性が成立しない場合, この方法は適用できず, より柔軟なモデルが必要とされる。本稿では, 両側順序分割表に一様連関モデルが適合しない場合, 行・列効果連関モデルを導入する。重み付き最小二乗推定量の漸近正規性を利用し, 多項サンプリングのもとで対称型の両側順序分割表における連関パターンの抽出法について考察する。また, 積-多項サンプリングのもとでの要因-応答型の両側順序分割表を取上げ, カテゴリ間で一様性が崩れる(有意な段差のある)切断点の探索法を提唱する。その際, 検定の手順が2段階になるため, 検定のサイズと検出力に関し, 累積オッズ比と局所オッズ比に基づく行・列効果連関モデルの性能評価も試みる。

1. 序

心理学・社会学・医学などで取扱う分割表データは, 質問項目の性格上, カテゴリに順序を有することが多い。そのような分割表の解析に関し, 局所オッズ比(Local-odds ratio)および累積オッズ比(Cumulative-odds ratio)を連関の指標として, 諸種の方法が提案されてきた。Goodman (1979) は対数線形モデルを拡張し, 局所オッズ比に基づく連関モデルを提唱している。更に Wahrendorf (1980) は, Plackett (1965) の1-パラメータ2変量分布族を拡張し, 累積オッズ比を指標とした連関係数の重み付き平均推定量を適用した。これは, 累積オッズ比に基づく一様連関モデルに重み付き最小二乗(WLS)法を適用した場合と等価である。 $s \times r$ 両側順序分割表において, 多項サンプリングのもとで一様連関モデルが妥当であれば, 一つのパラメータで連関測度を表現できる。すなわち, $(s-1)(r-1)$ 個の累積オッズ比の一様性が受容される。しかし, 一様連関モデルが適合しない場合, Wahrendorf (1980) も指摘しているように, このモデルでは説明できない交互作用が, 周辺変数間に存在すると考えられる。また, 局所オッズ比と累積オッズ比の適用の場に関して, Dale (1984, 1986) や Molenberghs et al. (1994) は, 次のように述べている。局所オッズ比は, 周辺カテゴリがもともと明確に定義されており(well-defined), 隣接カテゴリの関係に興味がある場合に適用できる。一方, 応答が量的, あるいは根底に連続性をもつような切断点(cutting point)でカテゴリ分類されている(ill-defined)場合, 累積オッズ比はその切断点の設定にあまり影響を受けない。

論文受付: 1995年12月 受理: 1997年5月

* 大阪電気通信大学 大学院工学研究科, 〒572 寝屋川市初町 18-8

** 大阪電気通信大学 情報工学部, 〒572 寝屋川市初町 18-8

本稿では

- i) 累積オッズ比に基づく行効果および列効果パラメータを含む行-列効果連関モデルを提案する
- ii) WLS 推定量の漸近正規性を利用し、職業移動などの対称型の両側順序分割表における連関パターンを抽出する
- iii) 薬効評価などの要因・応答型の両側順序分割表について、行・列のどのカテゴリー間で、一様性が崩れるか（カテゴリー間に有意な段差があるか）を探索する。

提案法は、行-列効果連関モデルが適合しているという前提のもとで、WLS 推定量の漸近正規性を利用した2段階検定になっており、モデルの適合度検定における有意水準の設定が問題になる（広津，1996）。そのため、

- iv) 検定のサイズと検出力の観点から、分割表に種々の母比率を想定し、提案法の性能評価に関するモンテカルロ・シミュレーションを試みる。

2. 累積オッズ比に基づく連関モデル

$s \times r$ 分割表において、 (i, j) セルの度数 n_{ij} は行の周辺和を固定した積-多項サンプリングに従うと考える（多項サンプリングについても同様の手順を踏めばよい）。 n_{ij} を周辺度数 $n_{i.} = \sum_{j=1}^r n_{ij}$ で割った値 $p_{ij} = n_{ij}/n_{i.}$ を観測セル比率といい、対応する期待セル比率を P_{ij} と書く。表記を簡単にするため、 P_{ij} および p_{ij} について

$$P^T = [P_1^T, P_2^T, \dots, P_s^T], \quad p^T = [p_1^T, p_2^T, \dots, p_s^T]$$

と表す。ただし、 T は転置行列を意味し、

$$P_{i.}^T = [P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ir}], \quad p_{i.}^T = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ir}]; \quad i=1, 2, \dots, s$$

である。

p の $sr \times sr$ 分散共分散行列 $V(p)$ は、ブロック対角形

$$(2.1) \quad V(p) = \begin{bmatrix} V(p_1) & \cdots & 0 \\ \vdots & V(p_i) & \vdots \\ 0 & \cdots & V(p_s) \end{bmatrix}$$

になる。ここに

$$(2.2) \quad V(p_{i.}) = (1/n_{i.}) \begin{bmatrix} P_{i1}(1-P_{i1}) & -P_{i1}P_{i2} & \cdots & -P_{i1}P_{ir} \\ -P_{i2}P_{i1} & P_{i2}(1-P_{i2}) & \cdots & -P_{i2}P_{ir} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -P_{ir}P_{i1} & -P_{ir}P_{i2} & \cdot & P_{ir}(1-P_{ir}) \end{bmatrix}$$

である。 $V(p_i)$ に対する推定量は、(2.2) 式の P_{ij} に p_{ij} を代入して得られる。これを $\hat{V}(p_i)$ と表わし、 $V(p)$ の推定量を $\hat{V}(p)$ で示す。なお、Clayton (1974) は、Snell (1964) の方式に基づき、 $s=2$ の場合について、等価な推定量を導いている。

$s \times r$ 分割表に関する累積オッズ比は

$$(2.3) \quad \theta_{ij}^* = \frac{\left\{ \sum_{a \leq i, b \leq j} P_{ab} \right\} \left\{ \sum_{a > i, b > j} P_{ab} \right\}}{\left\{ \sum_{a \leq i, b > j} P_{ab} \right\} \left\{ \sum_{a > i, b \leq j} P_{ab} \right\}} \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, s-1 \\ j=1, 2, \dots, r-1 \end{matrix}$$

と定義される。この累積オッズ比に基づく行一列効果連関モデルは

$$(2.4) \quad \ln \theta_{ij}^* = \mu + \alpha_i + \beta_j \quad (i=1, \dots, s-1, \quad j=1, \dots, r-1)$$

で、適合度検定の自由度は $d.f. = (s-2)(r-2)$ となる。ただし

$$\sum_{i=1}^{s-1} \alpha_i = \sum_{j=1}^{r-1} \beta_j = 0$$

とする。ちなみに、局所オッズ比は

$$(2.5) \quad \theta_{ij} = \left[\frac{P_{ij} P_{i+1, j+1}}{P_{i+1, j} P_{i, j+1}} \right] \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, s-1 \\ j=1, 2, \dots, r-1 \end{matrix}$$

である。

応答変数のセル比率ベクトル $\mathbf{P}$ に対して、(2.4) 式の応答関数

$$[F(\mathbf{P})] = [\ln \theta_{11}^*, \ln \theta_{12}^*, \dots, \ln \theta_{s-1, r-1}^*]^T$$

は

$$(2.6) \quad F(\mathbf{P}) = K[\ln(\mathbf{AP})]$$

において、

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T &= [\mathbf{A}_{11}^{*T}, \mathbf{A}_{12}^{*T}, \dots, \mathbf{A}_{ij}^{*T}, \dots, \mathbf{A}_{s-1, r-1}^{*T}] \\ \mathbf{A}_{ij}^* &= \begin{bmatrix} a_{1j} & a_{2j} & \dots & a_{ij} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & a_{i+1, j} & \dots & a_{sj} \end{bmatrix} \\ \mathbf{a}_{vj} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_j^T & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_{r-j}^T \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \mathbf{I}_{(s-1)(r-1)} \otimes [1 \ -1 \ -1 \ 1] \end{aligned}$$

とすればよい (Tsujitani, 1992)。ただし、(2.6) 式の $\ln(\mathbf{AP})$ は $\mathbf{AP}$ の各要素の自然対数を表し、 $\otimes$ はクロネッカー積で

$$\mathbf{B} \otimes \mathbf{C} = \begin{bmatrix} b_{11}\mathbf{C} & b_{12}\mathbf{C} & \dots \\ b_{21}\mathbf{C} & b_{22}\mathbf{C} & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix}$$

と定義する。

応答関数 $F(\mathbf{P})$ について、行一列効果連関モデル

$$(2.7) \quad F(\mathbf{P}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\xi}$$

を想定する。ここに、

$$X = \left[\begin{bmatrix} I_{s-2} & I_{s-2} \\ I & -I_{s-2}^T \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}_{r-1} \quad \mathbf{1}_{s-1} \otimes \begin{bmatrix} I_{r-2} \\ -I_{r-2}^T \end{bmatrix} \right], \quad \xi^T = [\mu, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{s-2}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{r-2}]$$

とする。

データにモデル (2.7) を当てはめ、パラメータ ξ を推定する。重み付き最小二乗法を用いると

$$Q = [F(p) - X\xi]^T S^{-1} [F(p) - X\xi]$$

が最小になるパラメータ ξ の値は、漸近的に

$$\hat{\xi} = (X^T S^{-1} X)^{-1} X^T S^{-1} F(p)$$

と推定される。 S は (2.6) 式に対する $F(p)$ の分散共分散行列の一致推定量で

$$(2.8) \quad S = K D^{-1} A [\hat{V}(p)] A^T D^{-1} K^T$$

となる。ここに、 D は $a_m^T p$, $m=1, 2, \dots, 4(s-1)(r-1)$ (a_m^T : A の第 m 行) を主対角線上にもつ対角行列である。

$\hat{\xi}$ の分散共分散行列の推定量は

$$\widehat{Cov}(\hat{\xi}) = (X^T S^{-1} X)^{-1}$$

となり、応答関数の予測値

$$\hat{F}(P) = X \hat{\xi}$$

の分散共分散行列の推定量は

$$\widehat{Cov}[\hat{F}(P)] = X (X^T S^{-1} X)^{-1} X^T$$

で与えられる。

推定されたモデルが、データによく当てはまっているかどうかは、適合度検定統計量

$$(2.9) \quad Q_w = (F(p) - X \hat{\xi})^T S^{-1} (F(p) - X \hat{\xi})$$

によりチェックする。 Q_w は、モデルが正しいという帰無仮説のもとで、サンプルの大きさ n_i が大きければ、漸近的に自由度 $(s-2)(r-2)$ のカイ二乗分布に従う。

次に、(2.4) 式の行-列効果連関モデルがデータに適合する場合、WLS 推定量の漸近正規性を利用し、行・列におけるカテゴリー間で一様性が崩れる (有意な段差がある) 切断点を探索することができる。すなわち、行-列効果連関モデルの WLS 推定量に関し

$$(2.10) \quad \frac{\ln \hat{\theta}_{ij}^*}{\sqrt{\{\widehat{Var}(\ln \hat{\theta}_{ij}^*)\}}} \sim N(0, 1) \quad (i=1, \dots, s-1, j=1, \dots, r-1)$$

を用いて、帰無仮説 $H_0: \mu + \alpha_i + \beta_j = 0$ に対する検定を行う。

3. 連関パターンの解析

3.1 対称な分割表における連関パターンの探索

Wahrendorf (1980) は表 1 の職業移動データについて、その連関パターンを論じている。同表は、父親と息子の職業の地位に関する調査であり、多項サンプリングのもとで、行・列と

表1 職業移動データ

		息子の地位					計
		1	2	3	4	5	
父親の地位	1	50	45	8	18	8	129
	2	28	174	84	154	55	495
	3	11	78	110	223	96	518
	4	14	150	185	714	447	1510
	5	3	42	72	320	411	848
計		106	489	459	1429	1017	3500

もカテゴリーに順序があり、かつ同一カテゴリーをもつ対称な分割表 ($s=r$) である。彼は、表1のデータについて一様連関モデル

$$(3.1) \quad \ln \theta_{ij}^* = \mu \quad (i=1, \dots, s-1, j=1, \dots, s-1)$$

を当てはめた。(2.9) 式より適合度検定を行うと

$$Q_w = 148.88 (d.f. = 15), p < 0.001$$

を得、モデルが妥当とはいえない。すなわち、16個の累積オッズ比が一様であるという帰無仮説は棄却される。そのため、一つのパラメータ μ によるモデル化が不可能で、より詳細な記述が必要であることを示唆している。

(3.1) 式の一様連関モデルの妥当性が示唆されなかったので、本稿では (2.4) 式の行-列効果連関モデルを当てはめる。(2.9) 式により適合度検定を行うと

$$Q_w = 11.70 (d.f. = 9), p = 0.231$$

を得、モデルの妥当性が示唆された。そこで、 $\ln \theta_{ij}^*$ の推定値を算出すると、表2が得られる。 $\ln \hat{\theta}_{ij}^*$ は、左上から右下の方向にいくにつれて小さく、非対角要素の値を比べると (右上と左下)、ほぼ同様の値が得られている。この結果から、連関パターンは主対角線に関してほぼ対称になっており、職業継承の連関測度は社会階級が上であるほど強いと考えられる。

表2 $\ln \theta_{ij}^*$ および α_i, β_j の推定値

$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\beta}_j$	0.74	0.00	-0.29	-0.44
0.77	50	3.566	2.833	2.534	2.383
	28	2.797	2.064	1.765	1.614
0.00	11	2.486	1.753	1.454	1.303
	14	2.322	1.589	1.290	1.139
-0.31	3				
-0.47					

$$\bar{\mu} = 2.056$$

ちなみに、行-列効果連関モデルが妥当であるとき、連関パターンの対称性に関する帰無仮説

$$(3.2) \quad H_0: \theta_{ij}^* = \theta_{ji}^*, (1 \leq i < j \leq s-1)$$

の検定は,

$$(3.3) \quad \frac{\ln \hat{\theta}_i^* - \ln \hat{\theta}_j^*}{\sqrt{\widehat{Cov}(\ln \hat{\theta}_i^* - \ln \hat{\theta}_j^*)}} \sim N(0, 1)$$

を用いて行うこともできる。例えば, 帰無仮説

$$H_0: \theta_{34}^* = \theta_{43}^*$$

は

$$\frac{\ln \hat{\theta}_{34}^* - \ln \hat{\theta}_{43}^*}{\sqrt{\widehat{Cov}(\ln \hat{\theta}_{34}^* - \ln \hat{\theta}_{43}^*)}} = 0.093, \quad p = 0.926$$

より, 棄却されない。他のすべての対称性に関する帰無仮説も棄却されなかった。

3.2 段差探索

表3のデータは, 口内手術後の痛みの改善効果に関する両側順序分割表である (Fleiss et al., 1979)。表1と表3を比べると, 共に両側順序分割表ではあるが, 表1は多項サンプリングのもとで, 行・列とも同一カテゴリーになっているのに対し, 表3は行変数の周辺和を固定した場合の積-多項サンプリングである。行・列のカテゴリーは同一ではなく, 行変数を要因, 列変数を応答とみなせる。

表3 口内手術後の痛みの改善効果

薬効 薬剤	著明 改善	中等度 改善	軽度 改善	微少 改善	なし	計
プラセボ	32	37	10	18	0	97
低用量	61	17	10	6	0	94
高用量	52	25	5	3	1	86

このデータに Wahrendorf (1980) の一様連関モデル (すなわち, $\ln \theta_{ij}^* = \mu$) を当てはめると, 適合度検定統計量の値は $Q_w = 16.186 (d.f. = 7), p < 0.001$ となり, モデルの妥当性は示唆されない。そこで, 行効果パラメータ α_i および列効果パラメータ β_j を導入した行-列効果連関モデルを当てはめる。その結果, $Q_w = 6.153 (d.f. = 3), p = 0.104$ を得, このモデルの妥当性が示唆された。行変数のカテゴリー (“プラセボ”, “低用量”, “高用量”) および列変数のカテゴリーのうち, ある行および列カテゴリーで切断した場合の有意な段差を探索することによって, 薬効を検出することができる。

(2.4)式の行-列効果連関モデルが適合する場合, WLS 推定量の漸近正規性を利用し, 有意な段差の探索法について考察する。表3のデータについて, (2.10)式の統計量を計算すると

32		37		10		18		0
	-4.246**		-3.352**		-3.343**		0.815	
61		17		10		6		0
	-1.793		-1.240		-1.748		1.155	
52		25		5		3		1

となる。ゆえに, “著明改善” から “軽度改善” までのいずれで区切った場合でも “プラセボ” と “低用量および高用量” の間に有意な段差のあることが分かる (ただし, 右肩の**は, 有意

水準1%で有意であることを表す)。

更に、順序応答について β_j の値を推定すると

$$\hat{\beta}_1 = -0.587, \quad \hat{\beta}_2 = -0.519, \quad \hat{\beta}_3 = -0.868, \quad \hat{\beta}_4 = 1.975$$

を得る。 $\hat{\beta}_1$ と $\hat{\beta}_2$ の値はほぼ等しく、 $\hat{\beta}_3$ はそれらとやや異なる。特に、 $\hat{\beta}_4$ は大きく離れている。これは、応答カテゴリー“なし”に対応するセル度数が極めて小さいことに起因する。

4. 累積オッズ比および局所オッズ比に基づく方法の性能評価

Dale (1984, 1986) や Molenberghs et al. (1994) は、ill-define された段差がカテゴリーに存在するとき、累積オッズ比の有効性を主張している。ここでは、両側順序分割表における段差探索に関し、累積オッズ比および局所オッズ比に基づく方法の性能をモンテカルロ・シミュレーションで評価する。提案法は、行一列効果連関モデルが適合しているという前提のもとで、WLS 推定量の漸近正規性を利用した2段階検定になっており、モデルの適合度検定における有意水準の設定が問題になる。シミュレーションを実施する前に、表4（正規分布型）および表5（指数分布型）の母セル比率をモデルケースとして提案法を適用する (Takeuchi et al., 1982)。

表4 正規分布型（母セル比率）

0.250	0.250	0.250	0.250
0.178	0.224	0.263	0.336
0.120	0.188	0.261	0.431

表5 指数分布型（母セル比率）

0.250	0.250	0.250	0.250
0.125	0.290	0.290	0.290
0.037	0.321	0.321	0.321

各周辺度数を $n_{1.} = n_{2.} = n_{3.} = 40$ としたとき、表4, 5に対応する期待セル度数は、表6, 7のようになる。

表6 正規分布型（セル度数）

10	10	10	10
7	9	11	13
5	8	10	17

表7 指数分布型（セル度数）

10	10	10	10
4	12	12	12
1	13	13	13

表6について、(2.10)式により値を算出すると表8が得られ、有意な段差はみられない。ちなみに、局所オッズ比

$$\Theta_{ij} = \left[\frac{P_{ij}P_{i+1,j+1}}{P_{i+1,j}P_{i,j+1}} \right]$$

について行一列効果連関モデルを適用した場合、 $\ln \Theta_{ij} / \sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij})}$ の推定値は、表9のようになる。

表8 $\ln \Theta_{ij}^* / \sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij}^*)}$ の推定値

10	10	10	10
1.363	1.444	1.503	
7	9	11	13
1.317	1.407	1.505	
5	8	10	17

表9 $\ln \Theta_{ij} / \sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij})}$ の推定値

10	10	10	10
0.628	0.320	0.766	
7	9	11	13
0.557	0.283	0.775	
5	8	10	17

次に、表7のような指数分布型の期待セル度数について同様の手順を踏むと、 $\ln \Theta_{ij}^* /$

$\sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij}^*)}$ の値は表 10 のように推定され、第 1 列と第 2 列の間に有意な段差がみられる(なお、右肩の*は 5% で有意であることを意味する)。局所オッズ比について、 $\ln \Theta_{ij} / \sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij})}$ の推定値を算出すると表 11 のようになり、有意な段差は見当たらない。

表 10 $\ln \Theta_{ij}^* / \sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij}^*)}$ の推定値			
10	10	10	10
—2.809*	—1.252	—0.716	
4	12	12	12
—2.733*	—1.092	—0.578	
1	13	13	13

表 11 $\ln \Theta_{ij} / \sqrt{\text{Var}(\ln \Theta_{ij})}$ の推定値			
10	10	10	10
—2.499	—0.081	—0.081	
4	12	12	12
—2.051	0.076	0.076	
1	13	13	13

さて、積—多項サンプリングのもとで、母集団のセル比率を表 12 のように想定して検定のサイズを調べよう。また、表 4 の正規分布型および表 5 の指数分布型のセル比率を想定して、検出力を調べる。シミュレーションにおいては、Haberman (1974) に準拠した有意水準の修正法を採用する。

表 12 帰無仮説の母セル比率

0.25	0.25	0.25	0.25
0.25	0.25	0.25	0.25
0.25	0.25	0.25	0.25

シミュレーションで採用される検定方式を、図 1 に示しておく。

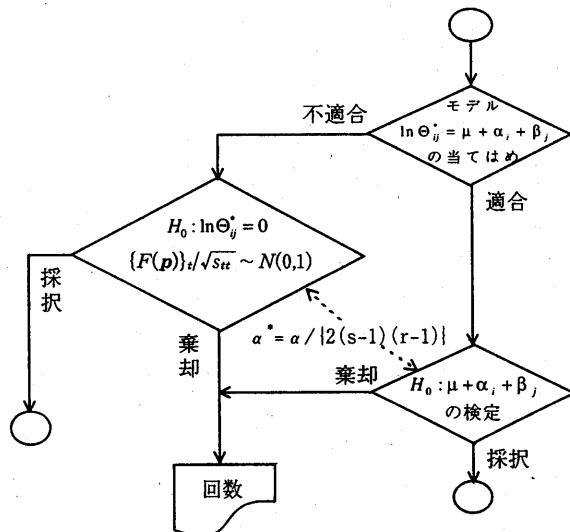


図 1 シミュレーションにおける検定方式

手順 1: モデル $\ln \Theta_{ij}^* = \mu + \alpha_i + \beta_j (i=1, \dots, s-1, j=1, \dots, r-1)$ を当てはめる。適合度検定の有意水準は、Haberman (1974) と同様に、0.20 とする。モデルの妥当性が示唆されたなら、手順 2 へ、そうでなければ手順 3 へ進む。

手順 2: 帰無仮説 $H_0: \mu + \alpha_i + \beta_j = 0$ を (2.10) 式により検定し、棄却された回数を数える。ただし、それぞれの仮説検定の有意水準 α^* は Haberman (1974) に準拠し、 $\alpha / \{2(s-1)(r-1)\}$ と修正する。

手順3：行一列効果連関モデルが妥当でない場合， $\ln \theta_{ij}^*$ の推定量 $\ln \hat{\theta}_{ij}^*$ の値としてサンプル値

$$F(\mathbf{p}) = [\ln \hat{\theta}_{11}^*, \ln \hat{\theta}_{12}^*, \dots, \ln \hat{\theta}_{s-1, r-1}^*]^T, \quad \hat{\theta}_{ij}^* = \begin{cases} \frac{\sum_{a \leq i, b \leq j} p_{ab}}{\sum_{a > i, b > j} p_{ab}}, & i=1, 2, \dots, s-1 \\ \frac{\sum_{a \leq i, b > j} p_{ab}}{\sum_{a > i, b \leq j} p_{ab}}, & j=1, 2, \dots, r-1 \end{cases}$$

を用いる。 $F(\mathbf{p})$ の分散の一致推定量 $S((2.8) \text{ 式})$ について，帰無仮説

$$H_0: \ln \theta_{ij}^* = 0 \quad (i=1, \dots, s-1, \quad j=1, \dots, r-1)$$

の検定統計量として

$$\{F(\mathbf{p})\}_t / \sqrt{s_{tt}} \sim N(0, 1), \quad t=1, \dots, (s-1)(r-1)$$

を採用し，棄却される回数を数える。ここに， S は $F(\mathbf{p})$ の分散の一致推定量((2.8)式)で， s_{tt} は行列 S の (t, t) 要素を示す。有意水準 α^* は手順2と同様に設定する。

手順2および手順3における有意水準を $\alpha=0.05$ に設定したとき，5000回のシミュレーションを行った結果が表13である。 $n_1=n_2=n_3=20, 40, 60$ について累積オッズ比および局所オッズ比を用いたときの検定のサイズおよび検出力を調べた。累積オッズ比を採用した場合，検定のサイズは名目上の有意水準を保っているが，局所オッズ比の場合，やや不安定である。検出力は，正規あるいは指数型いずれの場合も，累積オッズ比に基づく方法のほうが優れている。

表13 検定のサイズと検出力

		行一列効果 連関モデル	n_i		
			20	40	60
サイズ		累積オッズ比	0.045	0.043	0.048
		局所オッズ比	0.027	0.061	0.063
検出力	正規	累積オッズ比	0.172	0.359	0.532
		局所オッズ比	0.039	0.105	0.149
	指数	累積オッズ比	0.197	0.539	0.781
		局所オッズ比	0.082	0.291	0.533

5. 結 び

本稿では，累積オッズ比に基づく行効果および列効果パラメータを含む行一列効果連関モデルを提案した。WLS推定量の漸近正規性を利用し，職業移動などの対称型の両側順序分割表における連関パターンを抽出した。また，棄却評価などの要因・応答型の両側順序分割表について，行・列のどのカテゴリー間で，一様性が崩れるか（カテゴリー間に有意な段差があるか）を探索する方式について考究した。その際，提案法はWahrendorf (1980; 4.1節)と同様に，行一列効果連関モデルが適合しているという前提のもとで，WLS推定量の漸近正規性を利用した2段階検定になっており，モデルの適合度検定における有意水準の設定が問題になる。そのため，検定のサイズと検出力の観点から，分割表に種々の母比率を想定し，提案法の性能評価に関するモンテカルロ・シミュレーションを試みた。その結果，累積オッズ比に基づく方法では，2段階検定のサイズは安定し，局所オッズ比に基づく方法より検出力も高くなることが分かった。

参考文献

- [1] Clayton, D. G. (1974). Some odds ratio statistics for the analysis of ordered categorical data, *Biometrics*, **61**, 525-531.
- [2] Dale, J. R. (1984). Local versus global association for bivariate ordered responses, *Biometrika*, **71**, 507-514.
- [3] Dale, J. R. (1986). Global cross-ratio models for bivariate, discrete, ordered responses, *Biometrics*, **42**, 909-917.
- [4] Fleiss, J. L., Chilton, N. W. and Wallenstein, S. (1979). Ridit analysis in dental clinical studies, *J. Dent. Res.*, **58**, 2080-2084.
- [5] Goodman, L. A. (1979). Simple models for the analysis of association in cross-classifications having ordered categories, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **74**, 537-552.
- [6] Haberman, S. J. (1974). Log-linear models for frequency tables with ordered classifications, *Biometrics*, **30**, 589-600.
- [7] 広津千尋 (1996). 分割表における交互作用変化点モデルとその応用, *応用統計学*, **24**, 93-101.
- [8] Molengerghs, G. and Lesaffre, E. (1994). Marginal modeling of correlated ordinal data using a multivariate Plackett distribution, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **89**, 633-644.
- [9] Plackett, R. L. (1965). A class of bivariate distributions, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **60**, 516-522.
- [10] Snell, E. J. (1964). A scaling procedure for ordered categorical data, *Biometrics*, **20**, 592-607.
- [11] Takeuchi, K. and Hirotsu, C., (1982). The cumulative chi-squares method against ordered alternatives in two-way contingency tables, *Rep. Statist. Appl. Res.*, JUSE, **29**, 1-13.
- [12] Tsujitani, M. (1992). Diagnostics for association models for the analysis of cross-classifications having ordered categories, *J. Japan Statist. Soc.*, **22**, 19-32.
- [13] Wahrendorf, J. (1980). Inference in contingency tables with ordered categories using Plackett's coefficient of association for bivariate distribution, *Biometrika*, **67**, 15-21.