日本統計学会誌
第22巻，第３号（増刊号），1993年
413頁〜463頁

地震学とその周辺の地球科学分野に於ける 統計モデルと統計的手法

尾　形　良　彦*

Statistical Models and Methods in Seismology and Related Earth Sciences

Yosihiko Ogata*

Statistical methods in Earth Sciences using useful models of time series, point processes and space-time processes are developping in conjunction with a variety of concrete applications. In the present paper, such models and methods successfully applied in seismology and related science of solid earth are reviewed. Particular emphasis is placed on point process models in application to the analysis of seismic activity. Also, some developping models for analyzing various aspect of seismic wave data are intensively reviewed in section 9. Further, a number of remakable contributions of Japanese statisticians to some areas in earth sciences are also introduced in section 10.

時系列解析，点過程モデル，時空間モデル，大規模なベイズ型モデルなどの統計モデルを使った推論は有力な統計的方法として地球科学の研究に大きく寄与している．他方，これらのデータの解析の試行錯誤を繰り返すことによって統計学的研究が一層豊かなものになりつつある，地震学の分野で使用されている統計的手法やモデルについての現状を紹介する．筆者の研究分野の関係から地震活動に関する記述が多くを占めているが，地震波動に関する現状の一部も紹介する．また，共同研究などを通して統計学の専門家が地球科学の量的な研究に貢献したものをいくつか紹介する．

目　次

論文受付：1993年1月11日　改訂受付：1993年2月　受理：1993年4月
* 統計数理研究所，〒106 東京都港区南麻布 4-6-7

I. はじめに

「統計」は科学の研究方法のひとつとして「解析」や「実験」と並んで位置づけられるものである．特に大量の現象や不確定性をともなった現象の本質の把握に必要不可欠である．従来，科学者・技術者の能力の一部であった統計的方法そのものを研究する専門家が輩出し，統計学として一分野が成立し，そのための学会・研究組織も世界中に理論から応用まで多様に存している．この百年に統計学自体の自己展開によって重要な発展を生んだ例も少なくない（Kotz and Johnson, 1992）．しかし，統計学の成立に至った起源からみても分かるように，統計学の主要な研究対象は諸科学・技術における統計的手法である．このことは改めて統計学の発展についての展望を考えるときの礎となるものである．したがって統計学の発展の為には他科学・技術分野の研究者との共同研究を進めることが有効であることは云うまでもない．

各科学・技術分野における統計的手法の進展の速さに密接に関わるものは，そこでどの程度データの編集および公開が進んでいるかと云うことであろう．地震学，気象学，天文学，水文・海洋学などの地球科学は恐らくデータの量，データ作成の組織性，その公開性などで最も進んだ分野のひとつと云える．特にこの分野では時系列データのみならず空間的，時空間的な構造に関する大量のデータが多いのが特徴的である．地球科学関連学術誌の研究論文の多くが興味ある統計的対象を抱えているといっても過言でない．しかしこれらを適切に抽出して公平に述べることは筆者の能力および守備範囲を遙かに越えるものである．本稿を作成するにあたっては時間的制約も厳しく，どうしても筆者のこれまでの興味中心，我田引水の紹介になってしまうことをお許し願いたい．たとえば資源探査などで幅広く普及している空間データ解析法のいわゆるGeostatisticや人工衛星による地球環境の画像データ解析法などについては触れることができなかった(これらについては例えばCressie, 1991，などを参照されたい)．実際，筆者のこれまで関わった分野は地震活動の統計解析のきわめて限られたものであり，この周辺の統計手法の筆者が知る限りの現状の紹介とならざるを得ない．また本稿の表題にもあるとおり，必ずしも地震学的に重要な研究の紹介をしたものではなく，使用されている統計的手法に焦点を当てているつもりである．

地震学の分野で統計的手法が重要な役割を演じているのは，地震集合の発生形態(地震活動)の問題と，地震波動の問題との二つがある．本論では前者に関する記述が多くを占めているが，後者は9節で纏めて述べたい．また，筆者の周辺には共同研究などを通して統計学の専門家が関わった地球科学関連の研究で重要なものが少なくない．時系列解析，点過程モデル，大規模なベイズ型モデルなどの統計モデルを使った推論は益々当該分野の有力な統計的方法として地球科学の研究に大きく寄与している．他方，これらのデータの解析の試行錯誤を繰り返すことによって統計学的研究が一層豊かなものになりつつある．この辺のところはできる限り触れたいと考える．

II. 地震の大きさ分布の統計

地震活動の研究には地震の発生についてのデータが必要である．一つの地震の発生を記述するのに最低限必要な事項は，地震の起こった場所，時刻，および大きさである．具体的には震源(経度，緯度，深さ)，発震時刻およびマグニチュードの5組が震源要素として地震波から計算され，地震カタログとして地震活動研究の基礎的な資料となっている．地震の震源カタログは，ほとんどの地震国に於ける関係機関や国際機関によって定期的に公表されている．日本全国とその周辺の地震観測は気象庁が担当している．

2.1　マグニチュード分布と最尤法

地震の大きさを示すマグニチュードの決め方は，用いる地震計によって，またカタログを編集する機関によって様々なものが有る．多くの場合，観測地における地震波の振幅と，これが震源から到達するまでの減衰を考慮したものを計算して決められる．例えば気象庁マグニチュードは浅い地震の場合，最大振幅の対数と震央距離によって算出される（坪井，1954）．しかし他にも多くの算出法があり，それらの値は必ずしも一致しない．同じ地震を異なった方法で決めたマグニチュードでプロットして較べると，これらはバラついているだけでなく系統的なずれ（バイアス）がみられるのが常である（宇津，1982）．この原因は地震計や地震波の計り方の違いなど様々であるが，そもそも地震発生の複雑な現象を「地震の大きさ」と言う一つのスカラーで表そうとすることの限界を示しているとも云える．ここではカタログに記載されている，どれか一つの決め方によったマグニチュードを所与のものとして扱う．

マグニチュードの値Mが下がるに連れて，その大きさ以上の地震の数Nが指数的に増える．これはGutenberg-Richterの法則（Gutenberg and Richter, 1944）と呼ばれ

$$\log_{10}N = a - bM$$

と書かれる．この式はマグニチュードが指数分布

$$f(M) = \beta\exp\{-\beta(M-M_0)\},\quad M \geq M_0,$$

ただし$\beta = b\ln 10$，に従うことを示している．他方，地震のエネルギーの対数とマグニチュードは統計的に線形な関係がある事（Gutenberg and Richter, 1954）が知られているので，地震の発するエネルギーはベキ分布$f(E) \sim E^{-q}$に従うことになる（8.1節参照）．係数bは1.0弱の値となることが多いが，またGutenberg and Richter（1954）は，このb値が世界各地で異なる値をとることを示している．この値は日本各地でも違うし，同じ場所でも時間的に変化し得ることが知られている．特にb値の時間変化はその地域の応力場の変化を反映しているとも考えられ，地震予知の有用な情報を与えているのでないかとの期待をもたれている．たとえばSuyehiro（1966）は前震と余震では有意にb値が異なる場合があることを示している．従来はマグニチュードと累積個数を片対数のプロットして，係数bを直線の傾きとして最小自乗法などで推定されてきた．宇津（1965）はモーメント法で推定量$\hat{b} = n\log_{10}e/\sum_{i=1}^{n}(M_i - M_0)$を提案したが，すぐAki　（1965）はこれが最尤推定量に他ならないことを示し理論推定誤差を与えている．Ogata and Yamashina（1986）はbの不変推定量$\bar{b} = (n-1)\log_{10}e/\sum_{i=1}^{n}(M_i - M_0)$が赤池の平均エントロピー（Expected entropy ; Akaike, 1977）の意味で，特に小標本の場合に若干優れていることを示している．Utsu（1971）によれば，その時点でのb値に関する記述を含む論文数は250を下らないと云う．現在のところ，その後20年以上経っているが，恐らく相当の論文が書かれていると推察されるが，ここでは以下のような問題に限って述べたい．

2.2　b値の時・空間変動

Smith（1986）はニュージーランドにおけるb値分布の時空間変化について調べ，等高線図によるb値のピークがやがて起こるM 6クラスの地震の震央付近に位置する例をいくつか示している．しかし，最尤推定値を計算する時間，空間それぞれの移動平均のウインドウ幅については主観的経験的に決めらている．これに対して井元ら（Imoto and Ishiguro, 1986；井元，1987；井元ら，1990；Imoto, 1991など）は客観ベイズ法を用いてb値の時・空間変動を調べている．これらは離散化されたマグニチュードを多項分布としてb値をモデル化し，時間や空間を分割した領域上での隣合うb値の階差をできるだけ小さくするという，パラメータ変化の滑らかさに関する制約を課したもので，ABICの計算については事後分布を正規近似したものである．こ

れらは原理的に Ishiguro and Sakamoto (1983) の手法によったものである．更に，これにたいして指数分布をそのまま尤度に使用して，空間を分割する事なく曲面としてｂ値分布を推定することもできる (Ogata and Katsura, 1988)．

たとえばｂ値が緯度•経度•深さによって異なる様子を調べるのに上記係数が，$\beta=\beta(x, y, z)$ の様に，３次元関数に従うと考え，３次元Ｂスプライン関数族

$$\phi(x, y, z)=\log \beta(x, y, z)=\sum \theta_{ijk} B_i(x) B_j(y) B_k(z)$$

を用いて近似することとし，ペナルティ付き対数尤度

$$Q(\theta|w_1,\cdots, w_5)=\sum_{i=1}^{n}\log\{\beta(x_i, y_i, z_i)e^{-\beta(x_i,y_i,z_i)(M_i-M_0)}\}-\{\Phi_1+\Phi_2\}$$

を最小にするようなものを求める．ただし滑らかさに関する適当な制約（ペナルティ）関数は

$$\Phi_1=\Phi_1(\phi|w_1, w_3)=\int w_1\left\{\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2\right\}+w_3\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 dxdydz$$

$$\Phi_2=\Phi_2(\phi|w_2, w_4, w_5)=\int w_2\left\{\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)^2\right\}$$

$$+w_4\left\{\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial z}\right)^2\right\}+w_5\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}\right)^2 dxdydx$$

である．このとき制約に関する重み $w_1,\cdots, w_5$ が ABIC 最小化 (付録Ａ１参照) されるように自動的に定められることが要求される．制約関数がパラメータの二次形式になっていることから，事前分布が多変量正規でありベイズ尤度（付録Ａ１参照）が，Ishiguro and Sakamoto (1983) の場合と同様に，正規近似によって計算可能となる．かくして制約関数の重み(超パラメータ；$w_1,\cdots, w_5$)を自動的に探索することが出来るだけでなく，特にこの問題で重要なベイズモデル選択として，空間的等方性 (isotrpic) の重み付け $w_1=w_3$ かつ $w_2=w_4=w_5$（すなわち２組の超パラメータ）と５組の全ての超パラメータを独立に決める非等方的なベイズモデルの比較を行なうことが可能である．Ogata et al. (1991) は防災科学技術センター (現，防災科学技術研究所) によって検知，編集された関東地方直下 100 km 深までの微小地震データに対して上記の解析法を応用したところ，このデータに関しては，深さ方向に変化が顕著な非等方的なパタンが選ばれ，関東直下のプレートに沿って変化する特徴的なｂ値分布が求められた．

2.3　地震の検出率の時・空間の変化

気象庁編集による地震の震源カタログ (1926-現在) の内容を見るとすぐ分かるのは，年代が進むに連れて収録されている地震の数が多くなっていることである．特に最近 10 年の地震数の増加は著しい．これは地震活動が高まってきているからでなく，小さい地震が検出されて，地震の数が増えているからである．また地域的にも地震の多いところとそうでないところがある．これも地震データの多い地域が地震活動が高いためとは限らない．地震計のネットワークが密で良く整備されている地域とそうでない所，内陸部と日本列島の沖合いの地域などでは，検出率が大いに異なるからである．こういった関係を定量化して各時期，各地域の地震検出率や真の地震活動を調べるには，地震の大きさ分布についての経験法則を踏まえた統計モデルが必要である．

前述のように下限マグニチュードMが下がるに連れて対象の地震の数Nが指数的に増える．その係数 b は時間や場所により異なる値をとり得る，マグニチュード累積分布の片対数プロットが直線 $\log_{10}N=a-bM$ から下に外れるところは，そこより小さいマグニチュードMでは部

分的にしか地震が検出されていないことを示している．そして直線に乗っている限りのマグニチュードの範囲では，ほぼ完全に地震が検出されていることを示し，その境界マグニチュードが地震の検出力を示していると考えられる．

地震の，時間軸ではなく，マグニチュード軸上で定義された点過程を考える．地震の検出率はこの点過程の「thinning」で表現できる．つまり実際に発生している地震の中で検出されたものの割合はマグニチュードMによって高くも低くもなり，この検出率関数として例えば正規分布の累積分布関数

$$q(M|\mu,\sigma)=\int_{-\infty}^{M}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{(2\sigma^2)}\right\}dx$$

を考える．平均値 μ は 50 %検出率が見込まれる地震のマグニチュード，標準偏差 σ は部分的に検出されているマグニチュードの範囲に関係するパラメータを示す．Thinning によって得られる検出された地震の確率密度関数は

$$f(M|b,\mu,\sigma)=\frac{10^{-bM}q(M|\mu,\sigma)}{\int_{-\infty}^{\infty}10^{-bM}q(M|\mu,\sigma)dM}$$

で与えられる．このようにして得られた分布の対数スケール図は気象庁カタログなどで経験的に得られるものと良く似ている．そこでマグニチュードのデータ $\{M_1,\cdots,M_N\}$ が与えられているとする．仮にパラメータ b,μ,σ が定数であるなら対数尤度関数は

$$\log L(b,\mu,\sigma)=\sum_{i=1}^{N}\log f(M_i|b,\mu,\sigma)$$

となり，これを最大化することで最尤推定値を求めることができる．

ある観測所または観測ネットワークの地震の検出力に関する研究は常時微動のレベルと地震波の振幅との関係で何編かの論文が見られる（たとえば，Ringdal, 1975, 76, and 86 ; von Seggern and Blandford, 1976 ; Christoffersson 1980 ; and Lilwall, 1987，など）．上記のような正規累積関数が考えられている場合が多い．他方，地震波の最大振幅の対数の頻度分布は指数分布に従う．なかには誤解している論文もあるようだが，これはマグニチュードの分布 (Gutenberg and Richter, 1944) と云うよりは石本・飯田の公式（石本・飯田，1939）である．常時微動のノイズレベルに近いような地震のマグニチュードは検出された観測所のみの振幅データによるマグニチュードの平均値で決めることが多いため，実際のマグニチュードより大きめに推定してしまう (Cristoffesson, 1980，など)．この研究のためには，観測所ごとの検出率をよく推定して観測ネットワークの議論をするのが筋であろうが，これは大仕事である．

これに対してすこし安易であるかも知れないが，とりあえず地震カタログのマグニチュードを所与のものとして進める以下のような議論がある．地震カタログの長期間にわたるデータを見れば，これらのパラメータが定数であり得ないことは今日では明白である．これらのパラメータが時間 t について依存していることを考える．つまり関数 $b(t)$, $\mu(t)$ および $\sigma(t)$ が B スプライン基底 $F_k(t)$, $k=1,2,\ldots,K$，によって，次のように展開されているとする．

$$\varphi_1(t)=\log b_{\theta_1}(t)=\sum_{k=1}^{K}a_kF_k(t)$$
$$\varphi_2(t)=\mu_{\theta_2}(t)=\sum_{k=1}^{K}b_kF_k(t)$$
$$\varphi_3(t)=\log \sigma_{\theta_3}(t)=\sum_{k=1}^{K}c_kF_k(t).$$

すると，その係数パラメータ $\theta=(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(a_1,\ldots, a_K; b_1,\ldots, b_K; c_1,\ldots, c_K)$ に対応する対数尤度は

$$\log L(\theta)=\sum_{i=1}^{N}\log f(M_i|b_{\theta_1}(t_i), \mu_{\theta_2}(t_i), \sigma_{\theta_3}(t_i))$$

と書ける．関数 $b_{\theta_1}(t), \mu_{\theta_2}(t), \sigma_{\theta_3}(t)$ に関して各々滑らかさの制限（ペナルティ）関数を考えることによって客観ベイズ法(付録 A 1 参照)で最適な解を得ることができる(尾形, 1992；Ogata and Katsura, 1993)．こうして検出率関数の成分 $\mu(t)$ と $\sigma(t)$ が分かったとすると $100p\%$ の検出率を期待できるマグニチュードの関数は $d_p(t)=\mu(t)+\gamma_p\sigma(t)$ で与えられる．ここに γ_p は標準正規分布のいわゆる p 値である．さらに b 値変動 $b(t)$ が与えられていれば，検出された全ての地震の時間変化のデータから任意のマグニチュード帯 $(M, M+dM)$ での真の地震発生率の推定値を与えることが可能である．以上の同様な事が空間や時空間についても考慮できる (Ogata and Katsura, 93)．

III. 地震発生の時系列解析

3.1 地震活動の周期性の統計的問題

確率過程の各周波数成分の強さを見るのに自己共分散関数のスペクトルが使われる．点過程のスペクトル（Bartlett, 1963）の推定量としては自然な形で次のピリオドグラム

$$I(\omega)=\frac{1}{N}\left|\sum_{j=1}^{N}e^{-2\pi i\omega t_j}\right|^2=\frac{1}{N}\left[\left\{\sum_{j=1}^{N}\cos(2\pi\omega t_j)\right\}^2+\left\{\sum_{j=1}^{N}\sin(2\pi\omega t_j)\right\}^2\right] \qquad (1)$$

が考えられる．これは周波数 ω を固定したとき周期 ω^{-1} で一周する単位ベクトル $(\cos 2\pi\omega t_j, \sin 2\pi\omega t_j)(j=1, 2,\cdots, N)$ を合成したものが原点からどのぐらい離れているか，その距離を測ったものである．これが大きければ大きいほど，問題の周期の実在の可能性が大きいと考えるのである．この単位ベクトルの偏角がランダム（すなわち一様分布で独立）である時，中心極限定理によって，合成ベクトルの距離の分布が近似的に自由度 2 の χ^2 分布(平均 2 の指数分布)になる．Schuster（1897）はこのことに基づいてピリオドグラムの有意水準を見ている．他によく使われる方法は，考えている周期を何等分化する（例えば年周期の時には月別の）ヒストグラムを作って，各分割成分の等確率性に対してカイ二乗統計量または多項分布の尤度比統計量の検定を実施するものである．大部分の人がこれらの方法を用いて様々な周期性を主張している(安芸，1956，の総合報告参照)．しかし結局，年周期，日周期を除けば地震の発生に周期性が認められた例は殆ど無く，何らかの他の人為的な原因に帰着される様である．こうした誤った解析の問題点は，考えられるデータの常識的な性質を帰無仮説モデルが汲み取っていないことである．たとえば地震が続発（クラスター）性を含んでいるとか，不均質なデータであるとか，地震活動が定常でない場合が在るとかである．これらの可能性を見過ごして誤った結論にいたることがある．さらに，データから周期を探す場合は，ピリオドグラムの最大値の分布

（極値分布）を考慮するので有意水準はずっと厳しくなることを勘案していないこともある．

例えば日本に於いて，ピリオドグラムを使った解析結果から出た有名な議論に，河角の南関東の大地震69年周期説がある．河角（1970）は過去1000年程の鎌倉及び東京の被害地震の発生データからピリオドグラムをとると，69年及びその整数倍付近に高いピークがみられ，これが0.062％で有意であると言うのである．ただし有意性の数字については島崎（1971）が指摘していることであるが，ピリオドグラムの検定は極値分布で有意水準を見なければならない．Vere-Jones and Ozaki (1982) に依ると，ポアソン帰無仮説での極値分布によると数％の有意水準に下がっている．また，この河角のデータには数年以内の続発地震が数回含まれており，こうした事情から帰無仮説を複合ポアソン過程として評価すると，５％水準には届かない．この様なことから，周期の存在は当初言われていたような決定的なものではない．しかしデータ数の割には69年近傍の周期成分のパワーが強いことには変わりない．なお誤解が無いよう念のため，ここで言う「周期性」は必ずしも地震が或る時間的な間隔で起きる傾向にあるという意味でなく，地震発生の危険度（intensity）が或る周期的な関数に近いと言うことであることを留意して置く．最近，小田原付近で，ここ200〜300年のデータで，ほぼ70年おきにマグニチュード７クラスの地震が起きているらしいことが注目されている（たとえばIshibashi, 1985）が河角のデータはこれらも含んでいる．

かくして，周期性の問題に於いても，地震発生の続発性を考慮した統計的手法が必要とされている．調べようとする周期が固定されていて，続発性やトレンドの存在が考えられるような地震発生データに対して，条件付き強度関数 $\lambda(t|H_t)$（過去の履歴 H_t を考慮した単位時間あたりの地震発生率，付録Ａ２参照）で表現されたHawkes (1971) のSelf-excitingモデルを拡張した，次のような点過程モデルが考えられる．

$$\lambda(t|H_t)=\mu+P_J(t)+C_K(t)+\sum_{t_i<t}g(t-t_i) \qquad (2)$$

第一項の μ は地震の平均的な活動度を示す定数，第二項は長期的なトレンドを見る J 次多項式，第三項は地震活動の周期性を見るための次のようなフーリエ級数の K 次迄の展開

$$C_K(t)=\sum_{k=0}^{K}\left\{c_{2k-1}\cos\left(\frac{2k\pi t}{T_0}\right)+c_{2k}\sin\left(\frac{2k\pi t}{T_0}\right)\right\} \qquad (3)$$

である．そして（２）の最後の項は余震または群発性地震などのクラスター性を見る項であり，$g(\cdot)$ は M 次のラゲール型多項式で近似表現されるものである．周期項に関して，例えば季節性を調べるときには $T_0=365.24$（日）である．最小の AIC を実現した組合せ (M, J, K) が $K\neq 0$ ならば季節性の存在の確率は高い．この点過程モデルの計算プログラムはTIMSAC84 (Akaike et al., 1984) に収められて配布されている．なおBerman and Turner (1992) はGLIMによって計算できることを示しているが，通常の非線形関数の最適化プログラムを用いるのが正確で自然である．解析例として，西南日本の浅発地震活動（Ogata, 1983）は（８，０，４），オーストラリア・首都地域（キャンベラ）の微小地震活動（Ogata and Katsura, 1986）は（９，０，２）であった．ともに季節性と強い続発性があるが長期的なトレンドが無いと云うものである．続発性の次数 M が高いのはラゲール型多項式が改良大森型関数（4.1節，6.2節など参照）に近い形になろうとするからである．

これらの例では推定された地震発生率の年周周期成分 $C(t)$ の図とその地域の降雨量の年変化の平滑化関数またはその微分曲線の，初春や台風の季節のピークの位置などの，図のパターンが良く合っている．降雨による地下水の状態の急変が地殻の力学に影響を与え地震の引金に

なりうるという仮説があるが，ヒストグラムで中国地方の地震活動や山崎断層の微小地震活動を調べた尾池 (1977) によると地震発生の季節性はこのようなことの統計的実現であるという．ここで，何処でも雨が大量に降ると地震発生率が大きくなるという意味ではないことに注意して欲しい．応力場の条件で正に地震が起きようとしているときの引金作用として考えられている．条件のないところで地下水の変化があっても地震は起きないであろう．

Matsumura (1986) は，世界の地震地帯を適切に分割，ブロック化して，その各地域を TIMSAC 84 の点過程尤度解析プログラムを使って季節性の研究をした．使ったデータは ISC (国際地震センター) の震源カタログである．このカタログは時間が経過するに連れて小規模の地震も収められてきている．このような検出率の上昇トレンドは (2) 式の多項式 $P_I(t)$ によってモデル化され，マグニチュード値による地震データの足切りをせずに，全ての記載データが利用できる．解析結果によると，中緯度地域の多くの地域ブロックの地震発生が季節性を示し，これが当該地域の降雨量の変化に良く対応している．低，高緯度地方は殆ど年周期がみられなかった．また日本において，鳥取地区，山崎断層地区などの京都大学による観測網内の微小地震活動が活発な地域の月別ヒストグラムが Ogata (1983) の気象庁データによる西南日本の地震発生率変化の年周期成分の季節性の図によく似ていることなどを示している．

ところで Mogi (1969) は，歴史地震のデータに基づいて，東北沖から東海道沖，南海道沖の巨大地震発生について地域的に季節性がみられることを示している．特に東海道～南海道（南海トラフ沿い）の 7 世紀以来の 12 個の地震は全て 8 月から 2 月の間に起こり，その他の月には一つも起きていない．この様な巨大地震は 100～200 年を隔てて起きており（特性地震；次 3.2 節参照），クラスターやトレンドの心配はない．宇津 (1992) はこれを方位角 (directional) データとして von Mises 分布を使って単位円周上の一様分布と比較した．AIC の差は 5.1 であったことで，選ばれた地域のデータそのものは季節性は高いと見ている．しかし，この様な季節性が生じる物理的理由が明確でないこと，問題の地域や地震の大きさの下限を季節性が現れるように選んだものであることから，季節性は見かけのものである可能性も捨てきれないと言っている．いずれにしても，これは地域の定め方など，時・空間・マグニチュードの領域の選択に関する統計的標本調査法について興味ある問題を含んでいる．

3.2　大地震や特性地震の再来に関する統計モデル

特定の断層（あるいはその特定の部分）に着目すると，その位置での地震発生は等時間間隔で決まった規模で同じ破壊過程（同じ地震波形）で起きると云う仮説があり，これが「特性地震」または「固有地震」(characteristic earthquake) と呼ばれている．しかしこの様に単純明解な仮説も依然として地震や地質関係者の中では論争中の概念である．確かに地層に刻まれた断層や歴史地震の記録を調べると，定まった場所に繰り返して起きる大地震は全くランダム（定常ポアソン）にではなく，一定の時間間隔を置いて起きる傾向がある．これは地震がストレスの蓄積の結果起きることと無関係ではない．たとえば Utsu (1984) は日本の幾つかの地域での大地震の発生時間間隔データに幾つかの分布（ガンマ，対数正規，ワイブルなど）の更新 (renewal) 過程を当てはめて適合度の AIC による比較をしている．一定の時間間隔を保つ性質は共通しているが，データ数が少ない事もあって，比較した分布の適合性にそれほどの違いはない．Vere-Jones (1978) や Vere-Jones and Ozaki (1982) は河角 (1970) の鎌倉被害地震データ (3.1 節) によるピリオドグラム解析からの 69 年周期説 (3 節参照) を見るために更新過程ではなく周期的非定常ポアソンを当てはめている．Vere-Jones (1978) は同じデータに対して Stress-Release モデルを提案している．これは Stress が線形に蓄積されて，それに連れて地震発生の確率が高まり，発生については何がしかの Stress が解放されることの繰り返しを行うもので，条件つき強度関数（付録 A 2 参照）として

$$\lambda(t|H_t)=\exp\{\alpha+\beta t-S(t)\}$$

の様に表現されたものである．ただし $S(t)=\sum_{\{i:0\le t_i\le t\}}S_i$ は時刻 t までに解放された Stress の累積である．この，Stress と強度関数をつなぐ指数関数は最も簡単な場合として設定されたものであるが，これは岩石実験の「遅れ破壊」という現象を記述する関数でもあるので，それなりの現実性を持つ表現でもある．Vere-Jones ら (Ogata and Vere-Jones, 1984 ; Vere-Jones and Ogata, 1984 ; Vere-Jones, 1988 ; Vere-Jones and Deng, 1988 ; Vere-Jones and Zheng, 1991 ; Wang, Vere-Jones and Zheng, 1991 ; Zheng, 1991 ; Zheng and Vere-Jones, 1992) はこのモデルの数学的な特徴や最尤法に伴うノンスタンダードな性質やデータ解析について一連の論文を出している．

中でも興味ある事柄は解放される stress 量 $\{S_i\}$ を Gutenberg-Richter のマグニチュード分布則によってエネルギーの逆ベキ則 (2.1節) に従うものと仮定すると Stress の変化 $\alpha+\beta t-S(t)$ の軌跡が自己相似 (self-similar) に見える (Wang et al., 1991) ことである．もしそうであるなら強度関数の $\lambda(t|H_t)$，そして地震の発生点過程などが長記憶性を持つ．Zheng and Vere-Jones (1992) は中国，中東などの歴史地震データについて Stress-Release モデルを当てはめるとき，データを適切な地域分けを行なって多変量 Stress-Release モデル (この場合は区域同士の相互関連はないものと仮定) を当てはめた方が，全地域に一つのものを当てはめるより AIC の意味で適合度が優れている事を示している．

Shimazaki and Nakata (1980) は特性地震の概念の変形である time-predictable モデルと slip-predictable モデルを考え比較している．両方共に stress (地震モーメント) が時間に関して線形に蓄積されている点は同じである．前者は地震の起きるための stress 水準が決まっていて水準に達するや否や地震が発生するが，地震の大きさ (slip 量) が時ごとに違いうる．このモデルによれば過去の地震の slip 量データから次に起きる大地震の時期が予測できる．これに対して後者は下限の stress 水準が定まっていて，地震の起きるべき水準は確率的に異なるが一旦地震が起きる時には，地震の大きさ (slip 量) は下限の水準まで至るようになっている．このモデルによると次の地震の発生時期が遅れれば遅れるほどより大きな地震が起きるというものである．島崎と中田はプレート境界の巨大地震について津波の規模に関する歴史地震のデータや海岸段丘の隆起量の地質学的データに基づく例が明解に time-predictable モデルを支持していることを示している．残念なことに歴史地震や地層データに基づくデータの多くはデータ数も少なく精度が低い．日本付近の同一震源域に起こっていると思われる大地震の発生年データは，たとえば Utsu (1984) や宇津 (1987) にある．

3.3　異なった地域の地震活動の相関

異なる地域に於ける地震発生の関連性については，統計的な相関係数を求めることなどによって国内外で古くから多くの研究がある．1970年代に入ってプレートテクトニクス理論が展開されてくると地震発生の関連性についても物理的なモデルとデータによる説明がなされてくる．かなり離れた2地域における地震活動 (あるいは火山活動と) の関連性については Kanamori (1972), Utsu (1974), Shimazaki (1978) 神沼 (1973) など以来現在に至るまで地震学会などで時折報告されている．特に Mogi (1973) は日本周辺の島弧の端あるいは接合部付近の浅発大地震とその大陸側に位置する深発大地震とが時間的に接近して起きたいくつかの例を挙げている．島弧の端または接合部では，海溝内部の浅発地震から大陸側の深発地震まで地震活動が連続しており，そこでは潜り込んだ太平洋プレート中を応力変化がよく伝わるらしいというのである．

宇津 (1975) は，彼の作成した日本付近の震源分布図を見ると，飛騨地方に深さ 200 km 台の

やや深発地震が集中していることが目立ち，また関東地方中央部がプレート運動の方向として飛驒地方と対応しており，両地域とも東北日本弧と伊豆小笠原弧の接合部付近でもあるので，Mogi (1973) の述べているような関連性がこれらの中小地震にも成り立つかも知れないと考え調べた．宇津（1975）は関東地方の地震が飛驒地方の地震に無関係（独立）で，かつ完全にランダム（すなわちポアソン過程）に起こっているとすれば，データにみられるような発生期間の一致はきわめて小さい確率でしかありえないことを示している．宇津はデータの時，空間的な領域からの選び方，マグニチュード下限などに関して注意深く吟味している．このことは非常に重要である．さらに沈み込むプレートの延長先の若狭湾とその北北西部の日本海下部(300-400 km 深）を含めても依然として有意な相関がみられるとしている．

2つの現象の間の関係を調べるには，いろいろな方法がある．特に地震関係でよく使われる定性的な方法は，2つの地震活動の発生時刻などを図に描いて較べるものである．これに対して2つの点過程の関係の定量的な変化を見るときによく使われるものに相互共分散関数 (Cross-covariance density) がある．$\{M(\cdot), N(\cdot)\}$ を2変量定常点過程としたときの相互共分散関数を推定するのにはパルム強度（Palm intensity）に対応するものとして

$$\lambda_{N/M}(\Delta)d\Delta = P\{N(d\Delta) \geq 1 | M(\{o\}) = 1\} \tag{4}$$

を考えると

$$c_{NM}(\Delta) = \mu_N\{\lambda_{N/M}(\Delta) - \mu_N\} = \mu_M\{\lambda_{M/N}(\Delta) - \mu_M\} \tag{5}$$

である（Cox and Lewis, 1966）．この関係により相互共分散関数や相関関数の推定や相互独立性の有意性検定などが考え易くなる．相互相関の有意性については，帰無仮説としてポアソン過程の有意水準のラインを引くのが普通である．この他に，ノンパラメトリックな方法として Kendall (1938) のランク検定を使って地震活動の相関を論じている例もある (Albarello et al., 1989)．このグループは他にもいくつかの論文で通常の相関解析で地中海地域の地震活動について論じている（たとえば Mantovani et al., 1986)．

しかし，有意な相関の存在の意味するところは，因果関係という観点からみて，少なくとも4通り有ることに注意しなければならない．(i) $M(\cdot)$ から $N(\cdot)$ への一方的な影響，(ii) $N(\cdot)$ から $M(\cdot)$ への一方的な影響，(iii) $N(\cdot)$ と $M(\cdot)$ の相互の影響，そして (iv) 第三者のものの $N(\cdot)$ と $M(\cdot)$ への影響である．地震発生の確率的予測の為にはこれらの同定 (identification) こそが重要であり，そのための統計モデルによる解析が必要である．特に，大きい地震の余震や群発地震のようにクラスター（続発）がある場合には見せかけの相関を示すので要注意である．例えば，ある年にA，B両地域を含むような大地震が起こったとか，たまたま同じ頃に両地域で群発活動があったとかすると，それ以外の年は全く無相関であったとしても，全期間を通じてみた相関係数はかなり高くなる．それ故，何らかの方法で余震などを取り除いた上で相関解析されていることが考えられるが，クラスター成分を取り除く操作（declustering ; 7.1 節参照）は不明確で曖昧さが残る．

この様な問題を処理するにはパラメトリックな統計的点過程モデルによる推定とモデル選択による方法が有効である．いま A 地域の地震列 $\{N_t\}$ の強度変化を考えるとき，B 領域の地震列 $\{M_t\}$ の履歴をも含めた情報 $F_t = \{N_s, M_s ; s < t\}$ が予測の良さを改善するかどうかを調べてみよう．このための統計モデルとして，Hawkes (1971) の Mutually-exciting 点過程モデルを拡張した条件付強度関数 (Ogata and Akaike, 1982)

$$\lambda(t|F_t)=\mu+P_J(t)+\sum_{t_i<t}g(t-t_i)+\sum_{u_i<t}h(t-u_i) \tag{6}$$

を考える．問題は，このモデルと $h(t)=0$ の制限をつけたモデルとはどちらが良いのか，即ちモデルを複雑にしてまで $\{M_t\}$ の情報を考慮することに意味があるのか，を AIC で比較することに帰着するのである．なお，$g(t)=0$ の制限をつけることはA地域の地震が，自己の履歴に全く無関係に発生していると仮定するモデルになる．

このモデルを使って宇津 (1975) のデータに基づき解析したところ関東地方の地震活動変化を説明するためには自己の履歴のみならず飛驒地域の深発地震による寄与が無視できないこと，地震の発生の因果関係について，飛驒地域の深発領域から関東地方への方向性が見られるがその逆はみとめられないことが分かった (尾形，1981；Ogata et al., 1982)．同様なことがもっと広領域の異なったデータについても認められた (Ogata and Katsura, 1986)．他方，ニュージーランド北島 (North Island) 地域の浅発地震と深発地震の地域的関連性 (Ogata, 1983) を解析したところ，浅発地震から深発地震への一方的な励起が認められ，前述のデータ解析と較べて，その方向性は逆である．これらの解析結果に関連して，Mogi (1973) が既に定性的な研究をしている．それによるとカムチャツカ・千島・北日本のプレート沈み込み帯では深発地震が浅発地震に先行するが，ニュージーランド北島の北方につながるトンガ・ケルマデック地帯では，時間•深さのプロットによると，浅い地域から深い地域への地震活動の移動が見られ，移動速度は約45 km/年である．このことと，点過程解析によって推定した応答関数によるものとは大体話が合っている．これらの様なテクトニックな関係を物理的メカニズムとして解明しようとする研究もみられる．

また Mantovani et al. (1986) はエーゲ海を挟み隣接するバルカン半島中部とイタリア南部地域の地震活動の相関を議論しており，De Natale et al. (1988) はこのデータに対して上記モデルを使って AIC 最小化法によって前者から後者への一方的な励起のみが認められるとしている．励起の応答関数は約13カ月のピークであり，この2ブロックにおける応力変化の伝達速度を示唆したものとみている．

IV.　余震活動の統計解析

余震の頻度が大地震の直後に最も大きくその後減少していくことは，誰もが経験していることである．大森 (1894) は濃尾・熊本・鹿児島県大函の余震についてその減衰のしかたを調べて，最初指数関数だろうと考えて当てはめてみたが良く合わない，然るに双曲線だとよく適合すると述べている．その後，1923年・関東大地震があって，余震が調べられたが，これはよく適合せず，平野 (1924) は熊谷測候所での観測データに $y=b/(x+a)^c$ という形を当てはめている．

4.1　改良大森の公式

宇津は幾つかの論文 (文献は Utsu, 1969, 参照) で1926年以降の日本や世界の余震を調べ，単位時間あたりの余震の発生頻度の減衰が

$$n(t)=\frac{K}{(t+c)^p}, \tag{7}$$

の形になることを示した．ここで t は本震の発生時刻からの経過時間である．宇津は，単位時間当りの余震の頻度 $n(t)$ と経過時間 t の両対数プロット表をこの分野で初めて使って，その減衰がほぼ直線上に乗ることを示し，直線の傾きを $-p$ の推定として得た．係数 c にも意味を認

め，この推定については小さな t での曲がり具合いを（7）式の両対数図と比較して推定している．Utsu (1962) は，この p と c が下限のマグニチュードによらないことを示している．Utsu (1969) の研究によると日本付近の余震の p 値は 0.9～1.9 の範囲であり，1.0～1.4 が多い．c 値は小さく高々1日である．特に $p=1.0$ のときが大森 (1894) によって示唆された公式である．余震の実例を数多く示して，p 値が地球物理学的に意味があることを示したのは宇津 (1957), Utsu (1961) および Mogi (1962) で，（7）式は宇津によって「改良大森公式」と呼ばれている．

4.2　点過程の最尤法による推定法

宇津 (1957)，Utsu (1961) 以来，適当に分割した時間区間に発生した余震の数の時系列データを両対数表にプロットし，傾き p や曲がり具合い係数 c を，通常は最小自乗法で推定する方法が現在に至るまで標準的方法として多くの人に使われてきているが，Ogata (1983 a, b) は余震の発生時刻 $\{t_i\}$ を直接使う点過程の最尤法によるものを提案した．すなわち，$\lambda(t)=K/(t+c)^p$ を強度関数と考えることによって余震減衰の改良大森法則を非定常ポアソンモデルとして表現し，最尤法によって特定地域の余震活動を正確に量的に測ることができる．特に観測区間を吟味することによって，本震直後の欠測や完全でない部分を含んでいるデータも，十分標本数がない場合でも，直接的に測ることができる．さらに Fisher の情報行列や Hessian 行列から最尤推定量の誤差推定を求めることができる．この後者の方法は多少不精密であるが，一般の複雑なモデルにも適用できる．最尤法を用いた解析例については，余震活動の確率予報 (Reasenberg and Jones, 1989)，P 値とその余震域の熱流量の相関 (Kisslinger and Jones , 1991)，リンク法 (8.3 節参照) を用いた余震クラスターの重ね合わせに関する解析 (Davis and Florich, 1991)，岩石破壊実験の微小破壊における P 値の時間変化 (Hirata, 1987) などの多様な研究がある．

4.3　余震活動は改良大森の公式にいつまで従うのだろうか？

Utsu (1969) は岐阜測候所に於ける有感地震を吟味して，その頻度を経過時間に関して両対数プロットし，濃尾地震の余震活動が 1891 年からその当時に至るまで大森公式で減衰している事を示した．これらは実に大量の有感地震の頻度データが有って可能なことであった．ところが，それに比べるとずっとデータ数の少ない，マグニチュードの与えられている震源データでも，点過程の最尤法でパラメータを推定して「残差」過程（付録 A 5 参照）を作ってみると，余震活動が続いている様子が見られる．Ogata (1989) によると濃尾地震や 1926 年・丹後地震の余震活動は，それぞれ大森公式と改良大森公式にしたがって現在も減衰途中である様子が見られる．丹後半島に於ける M 4.5 以上の地震は最近 60～70 年無いので，残差過程としてみないと，余震活動が全く終わったかの様に思われるが，丹後地震の断層沿いには微小地震活動が活発であり，これは余震が今でも続いているものと考えられている．他方，活動度の高いプレート境界地域での余震はやがてその地域のバックグラウンド・サイスミシティ（通常地震活動）に覆い隠されてしまう．例えば，1965 年・中央アリューシャン地震の場合，余震の改良大森公式による減衰は「残差」解析によると約 2200 日頃にバックグラウンド・サイスミシティのレベルに達していることが直裁的にかつ客観的にみてとれる (Ogata and Shimazaki, 1984)．

4.4　二次余震 (Secondary Aftershocks)

余震活動を詳しくみると単一の改良大森公式で説明できない場合が多くある．本震以来の減衰カーブから顕著に大きな余震を起点にして飛躍的な増加が起こって再び減衰する余震活動が推移している場合に Utsu (1970) は注目した．そして，この全体の余震系列から本震に対応する当初の改良大森公式で期待される余震数推移を差し引いたものを二次余震と呼び，その減衰カーブを調べると，その活動も改良大森公式に従っていることを示している．従って，この全

体の余震系列を条件付き強度関数で表現すると

$$\lambda(t|H_t)=\lambda(t|\tau_m<t)=\sum_{\tau_m<t} K_m/(t-\tau_m+c_m)^{p_m} \tag{8}$$

の様になる．ここで，$\{\tau_m\}$ は二次余震活動の先頭となる顕著に大きい余震の発生時刻であり，総和 $\sum_{\tau_m<t}$ は時刻 t までに発生した顕著な余震 m に関してとられる．二次余震モデル（8）を表現するにはパラメータの追加が必要であり，AIC を使って二次余震の存在に関する検証や $\{\tau_m\}$ を推定することができる．また特に興味のある時間区間や異なる地域での余震発生のパラメータ p_m などに違いがあるか否かの検証も可能である．このようなデータ解析の具体的な例については Ogata (1983a, b), Ogata and Shimazaki (1984), Matsu'ura (1986) または Zhao et al. (1989) などを参照されたい．

V.　地震活動のノンパラメトリックな統計解析

5.1　長記憶性，自己相似性の推定

時間に関する確率過程 $Z(t)$ が自己相似であるというのは時間のスケールを a 倍拡大／縮小したときに確率過程も b 倍拡大／縮小して同時分布の関係 $\{Z(at)\}\overset{d}{=}\{bZ(t)\}$ が成り立つことである．拡大／縮小の倍率に関する指数 $H=\log b/\log a$ を自己相似パラメータという．ちなみにこの場合のフラクタル次元 (Mandelblot, 1983) は $D=1-H$ となっている．数学的定義としては任意の時間スケールでも自己相似性が成り立つのであるが，実際に世の中にある現象としては自己相似性が成り立つ t の時間幅や対応するスペクトルの周波数幅の上限・下限があるものである．点過程の場合は当然下限があり，この意味でおのずから自己相似性は近似的なものである．自己相似性の成り立つ確率過程が満たすべき性質がいくつかあり，これらを使ってデータから自己相似性を調べることができる．まず自己共分散関数は time-lag τ について

$$c(\tau)=cov\{N(ds), N(\tau+dt)\}/dsdt=c(0)H(2H-1)\tau^{2H-2} \tag{9}$$

がなりたつ．これから，$H=1/2$ のときを除いて，自己相似過程は逆べきで減衰することがわかる．特に $1/2<H<1$ のときは正の相関で減衰し，「長記憶性」と呼ばれる．このとき「分散-時間関数」（たとえば Cox and Lewis, 1966）は $V(t)\equiv \mathrm{var}\{N(0, t)\}\sim t^{2H}$ となり，スペクトルは

$$\Phi(\omega)=C\omega^{1-2H} \tag{10}$$

である．簡単な例として，定常ポアソン過程は $H=1/2$，更新過程でその間隔分布が $F(t)\sim t^D$ ならば $H=1-D$ である．

（9）式や (10) 式の各種ノンパラメトリック統計量を両対数グラフでプロットすることによって線形に並ぶ様子が十分広いバンドで見ることが出来れば，その傾きから自己相似パラメータを推定することになる（尾形，1987）．また，自己共分散関数とパルム強度の関係 $c(\tau)=\mu(\lambda_0(\tau)-\mu)$ (Cox and Lewis, 1966) からパルム強度は $\lambda_0(\tau)=\mu+c(\tau)/\mu=\mu+C\tau^{2H-2}$ の形になるから，点過程データ $\{t_i\}$ の各点を原点に置いた場合の配置を重ねたもの $\{\tau_{ij}=t_j-t_i\,;\,i<j\}$ を，適当なバンド (S, T) で，非定常ポアソン過程に従うものとみなして対数尤度

$$\log L(\mu, C, H)=\sum_{\{i,j:S<\tau_{ij}<T\}}\log \lambda_0(\tau_{ij})-\int_S^T \lambda_0(\tau)d\tau \tag{11}$$

を最大化することによって H を推定することができる．他方，$1/f$ ノイズ型スペクトル $\Phi(f)\propto f^{1-2H}$ が適当な周波数帯で成り立てば，スペクトル尤度（付録 A 3 参照）によって H を推定する

こともできる．詳しくはOgata and Abe (1991) もしくはOgata and Katsura (1991) 参照．

水文学でよく知られている方法で「R/S解析」(Mandelbrot and Wallis, 1969, 参照) というのがある．そもそもナイル河にダムを設計するにあたって歴史データを用いて洪水期・渇水期などの流量の極値の統計の研究に使われたのが始まりだといわれている．その際の指数HはHurst number (Hurst, 1951) の頭文字に因んだものである．R/S統計量を点過程のデータの場合に翻訳して述べる．時刻tに対して長さdの区間$(t, t+d)$内の点配列の累積関数$N(t, t+\tau)$ (τに関する階段関数) を考える．$Z(t, \tau, d)=N(t, t+\tau)-(\tau/d)N(t, t+d)$は，この区間内における平均増加直線$(\tau/d)N(t, t+d)$からの累積関数の隔たりを示すが，その最大変動幅

$$R(t, d)=\max_{t<\tau\leq t+d} Z(t, \tau, d)-\min_{t<\tau<t+d} Z(t, \tau, d) \tag{12}$$

は区間の長さdを増やすにしたがって大きくなる．この時dに関する増加率を調べるのである．実際には，河川の流量時系列や点過程のように非ガウス性 (特に分布の非対称性) が強い場合，この量(12)は不安定であるのでHurstは，これを$N(t, t+d)$の標準偏差で割って標準化している．標準偏差の推定量としては区間$(t, t+d)$をM等分した各部分区間中の点の個数の系列$\{n_i\}$にたいして，$S(t, d)^2=(1/M)\sum n_i^2-\{(1/M)\sum n_i\}^2$を考える．このようにして作った統計量の比$R(t, d)/S(t, d)$を「$R/S$統計量」と云う．全観測区間$[0, T]$を等分割してその節点を$t_k$としたとき$R(t_k, d)/S(t_k, d)$を適当な幾何学的数列$d_j$にたいして両対数表でプロットしたものを「Poxダイアグラム」とよぶ．点過程が自己相似な時間幅ではPoxダイアグラムは直線的に分布して，その傾きは自己相似の指標Hになる．

5.2　地震活動時系列の長記憶性

地震活動はもちろん有史以前から存在しているわけであるが，地震計が出現してから現在で100年になろうとしている．こうなると最近一世紀の地震活動を総括するところであるが，これを議論するには様々な問題がある．マグニチュードの均質性を保つことはその中で一番困難なものである．地震波の何を計るかによってマグニチュード定義は違うのであるが，それにしてもこの一世紀には地震計が改良変遷しているし，それを計る側の決定方式も時代によって変遷している．それ故，質の良い地震カタログはできるだけ地震波のオリジナルな記録に遡ってそれを記録した地震計の特性を吟味検討して再決定を伴ったものでなければならない．

何世紀にも亘る歴史地震カタログは中国，日本，中東などに存するが，地震計が出現してからのカタログとなると一世紀前後のものが最長である．その中で100年を通じて一貫したマグニチュードで均質性を期待できるものは少ない．まず阿部のカタログ (Abe, 1981 ; Abe and Noguchi, 1983a, b ;Abe, 1984) と呼ばれる1896年から1980年までの主に遠地で観測される表面波マグニチュード (M_S) で与えられた世界の浅発大地震のカタログがある．M_S 6.8以上の地震リストが記載されているが$M_S \geq 7.0$ならば記載漏れが無いというものである．他方，宇津カタログ (宇津, 1982, 85) は波の種類を問わず波最大振幅を用いた気象庁マグニチュード (M_J) によるもの，および初期の頃の地震は震度分布から気象庁マグニチュードに変換を施して，全体として1885年より1980年まで日本付近の$M_J \geq 6.0$ならば記載漏れなく出来る限り均質であるように吟味されたものである．

ところがPerez and Scholz (1984) は「世界規模の大地震発生率は一定である」という仮説のもとで，1896～1980年を3区間に分けて各々の区間の地震発生率に関する平均値の差の検定を行った．その結論としては阿部カタログが不均質であり，その原因として考えられるのは1922～1948年の間マグニチュードをおよそ0.2過大評価 (over-estimate) しているためであると言うのである．しかし，このマグニチュードの過大評価という結果は使用された地震計の特性や原記録に基づくものではない．そこでOgata and Abe (1991) はPerez and Scholzの統

計処理の妥当性を検討している．まず世界の地震を経度±20°を境に南北を合わせた高緯度地域のものと赤道の周りの低緯度地域のものの2地域に分けてみた．もし世界のデータが地震計やマグニチュード決定方式による不均質性に汚染されているなら両地域の見かけの地震活動は同様でなければならない．しかし，実際にはそうなっていなかった．他方，高緯度地域の地震活動変化は宇津カタログによる日本周辺地域のものと大変良く似ている．前述の通り，二つのカタログは地震波の異なった部分を使った，異なったマグニチュードの決定法に基づいたものにも拘らず，一世紀を通して似通った発生率変化を示している．したがって，宇津・阿部両カタログの地震発生率の変化が，不均質によるというよりは，実際の地震活動の変化であると考えた方が自然である．すなわち1920～40年代で地震発生率が高くそれ以降現在に至るまでは低いと考えられる．

全地球的な地震活動が「定常」であるのは有限な地球のなかの確率過程として自然な前提である．しかし，非定常なトレンドと見違えるような阿部データの折れ線状の地震数の累積曲線はどう理解したら良いのであろうか．Perez and Scholz は「世界の大地震は一割未満の余震を除けば地震発生時は定常ポアソン過程に従っている」という仮定をしている．しかし Ogata and Abe (1991) の統計解析によると，世界の大地震の発生時系列は，通常の中小地震と同様，長記憶性 (long-range correlation) を示すことが確認された．Perez and Scholz の主張する，マグニチュードの over-estimate による人為的なトレンドと多少の余震従属を考慮した，短記憶 (short-range correlated) なモデルのシミュレーションによる R/S 統計量の変動ではデータの対応する特徴的性質が再現されないことが示される．それ故，データの長記憶性のもとでは，正規母集団を仮定した平均値の差の検定を使った Perez and Scholz の統計的議論はその有意水準が低すぎて不適当である．他方，長記憶性のモデルを使ってシミュレーションしてみると阿部カタログ，宇津カタログのデータにみられるように地震発生率があたかもトレンドと見違えるように大きく変動することが良く再現されることがわかる．

それにも拘らず依然として Perez and Scholz と同じ仮定のもとで阿部カタログのマグニチュードを機械的に補正した上で，最近10年 (1981～1990) まで延長をしたカタログが現れた (Pacheco and Sykes, 1992)．表面波マグニチュードをモーメントマグニチュードに焼き直してはいるが 1900～1980 のものは Perez and Scholz の解析を踏襲している．平均値の差の検定を使った変化点解析も全くそのままである．ところが，Pacheco and Sykes が必要上解析した 1969～1990 の PDE データで 1978 年を境にして地震発生率の変化が有意であるとの結果が出てしまった．Pacheco and Sykes によると，これらの期間では地震計やマグニチュード決定方式などの変化はなく，原因不明であると記述してある．これこそ定常ポアソンの仮説が適切でなかったことに著者たちは気づいていないのであろうか．ついでながら，この論文ではマグニチュード分布の変化点問題を AIC を計算してその大きさを比較しているが，その差でなく，絶対的な大きさの比を較べている．これは AIC に関する初等的な誤解である．

VI. 地震活動のパラメトリックな統計モデル

大きな地震には余震を伴うことが多く，周辺地域に影響を与えて新たな地震を引き起こすこともある．このような続発性の点過程モデルとして大きく分けて Trigger モデルと伝染病 (Epidemic) 型モデルがある．

6.1 Trigger model

二次余震に関する Utsu (1970) の研究以前には，一般の地震活動の数理的モデルとしては「本震」と「余震」という言葉が示すとおり地震の群れの代表となるものとその他のものと区別されて考えられていた．Neyman and Scott (1958) によって考察された宇宙のクラスターモデ

ルを地震活動に特殊化し応用した点過程モデルとして Vere-Jones and Davies (1966) の Trigger モデルがある．このモデルでは地震は一次事象（primary event）と二次事象（secondary event）に分けられ，一次事象は幾つかの二次事象の続発を誘発（trigger）するが，二次事象はそうではないというのである．一次事象 $\{t_i^{(1)}\}$ は強度関数 (intensity) $\lambda_1(t)=\mu$ の定常ポアソン過程に従い，二次事象 $\{t_j^{(2)}\}$ は各一次事象を起点に適当なクラスター密度関数 $g(\cdot)$ に対して

$$\lambda_2(t)=Ag(t-t_i^{(1)}),\ t>t_i^{(1)} \tag{13}$$

に従う非定常ポアソン過程で，これらを重ね合わせたポアソンクラスター過程である．ただし A はクラスターのサイズを与える確率変数で通常独立同分布で平均と分散を持つものと仮定している．これは恐らく一般点過程モデルを地震活動データに応用した初めてのものである．この後，同根類似の点過程モデルが提案された（例えば Lomnitz and Nava, 1983；Utsu, 1972 など）が，何れも同一の群れに属する余震（二次事象）の間では発生時刻に関して因果関係や相互作用が無いというものである．Vere-Jones (1975) によると，この統計的根拠として数理地震研究者に影響を与えたものは，地球物理学者および統計学者として著名な Jeffreys (1938) による，1927 年・丹後地震の余震発生に関するデータ解析であるという．これは日別の余震頻度分布の独立性が χ^2 検定によって驚く程よく適合したため，余震発生が非定常ポアソン過程にしたがうものと結論づけたものである．同様の趣旨のことを Lomnitz and Hax (1966) が自己相関関数を使った 1960 年チリ地震余震のデータ解析によって導いている．しかし，これらは余震の頻度数に関する時系列解析ではあっても，連続時間上の点過程としての解析でないところに問題がある．このことは 6.4 節で論ずる．

さて一般に Trigger モデルはデータが与えられた場合，どの地震が一次でどの地震が二次であるかは決まっておらず，そのあらゆる可能性を考えると，組合せが膨大なため，実際的に計算可能な尤度関数を書くことができない(Baudin, 1981, 参照)．しかし二次モーメントの諸量は計算可能である．たとえば自己共分散関数は

$$c(u)=\mu E(A)g(u)+\mu\{E(A^2)-E(A)\}\int_0^\infty g(t)g(t+u)dt \tag{14}$$

となる（Utsu, 1972)．Vere-Jones and Davies (1966) は二次事象同士の共分散しか念頭に無かったのか，右辺の第一項は与えていない．このほか，長さ τ の時間区間に於ける地震数の平均および分散は各々 $E_\tau=\mu\{1+E(A)\}\tau$ および $V_\tau=E_\tau+2\int_0^\tau(\tau-u)c(u)du$ で与えられ，従って分散・時間関数（Variance-time curve）は $L_\tau=V_\tau/E_\tau$ で計算される．また理論スペクトルは

$$\Phi(\omega)=\frac{1}{\mu}\int_{-\infty}^{\infty}c(u)e^{i\omega u}du=1+\frac{2E(A)\alpha(\omega)}{1+E(A)}+\left\{L_\infty-1-\frac{2E(A)}{1+E(A)}\right\}|\gamma(\omega)|^2$$

ただし $\gamma(\omega)=\int_0^\infty g(u)e^{i\omega u}=\alpha(\omega)+i\beta(\omega)$ となる．地震活動との統計的な適合性はこれらの二次モーメント統計量の適合性の比較をとおして議論された (Vere-Jones and Davies, 1966；Vere-Jones, 1970；Utsu, 1972)．Vere-Jones and Davies (1966) はクラスター関数として指数型 $g(x)=\rho e^{-\rho x}$ と改良大森型 $g(x)=(p-1)c^{p-1}/(x+c)^p$ を比較して後者の方が当てはまりが良いとの結論を出している．ちなみに理論スペクトルは指数型の場合 $\Phi(\omega)=1+(L_\infty-1)\alpha^2/(\alpha^2+\omega^2)$ (Vere-Jones and Davies, 1966；Utsu, 1972) で改良大森型の場合は上式に於て $\alpha(\omega)=\Gamma(p-1)^{-1}\int_0^\infty\xi^p e^{-\xi}/(\xi^2+c^2\omega^2)d\xi$ および $\beta(\omega)=c\omega\Gamma(p-1)^{-1}\int_0^\infty\xi^{p-1}e^{-\xi}/(\xi^2+c^2\omega^2)d\xi$ (佐瀬，1974)．また佐瀬 (1980) によると上記の積分は Lommel の 2 変数関数 (Watson, G. N., 1944, Atrieties on the Theory of Bessel Functions, 2nd Ed., Cambridge Univ. Press）と呼ばれ

$$\alpha(\omega)=\frac{\pi}{\Gamma(p-1)\sin(p+1)\pi}\left[(c\omega)^{p-1}\cos\left(c\omega+\frac{p+1}{2}\pi\right)+\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(c\omega)^{2m}}{\Gamma(2m-p+2)}\right]$$

$$\beta(\omega)=\frac{\pi}{\Gamma(p-1)\sin p\pi}\left[(c\omega)^{p-1}\cos\left(c\omega+\frac{p}{2}\pi\right)+\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(c\omega)^{2m+1}}{\Gamma(2m-p+3)}\right]$$

である．

この様にして，得られた理論スペクトルに基づくスペクトル尤度（付録A3参照）を使えば比較可能である．Hawkes and Adamopoulos (1973) はTriggerモデルと伝染病型Self-excitingモデル（6.2節参照）の適合度をこれに依って比較している．ところで，もし予め一，二次事象の区別が与えられていれば，一次事象の発生時刻 $\{\tau_m\}$ に対して，条件付き強度関数で

$$\lambda(t|\tau_m<t)=\mu+\sum_{\tau_m<t}\frac{K_m}{(t-\tau_m+c_m)^{p_m}}, \tag{15}$$

と表現されて，点過程の尤度計算(付録A4)をすることができる．この場合，一次事象をどの様に決めたかを明記しなければならない．そこで本来のTriggerモデルと区別して *Restricted Trigger model* (Ogata, 1988) と呼ばれている．

6.2 Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) モデル

通常の広域で長時間の地震カタログにおいて，群発地震や余震の余震（二次余震）とか地震の移動現象等の本震間の関係を勘案するとき，本震と余震の区別は確固としたものでない．そこで，このような区別を止め，いかなる地震も大かれ少なかれ付随する余震活動をもつというモデルを導入する．それは条件付き強度関数で

$$\lambda(t|H_t)=\mu+\sum_{t_i<t}\frac{K_i}{(t-t_i+c)^p}, \tag{16}$$

と表現される．但し，μ はバックグラウンド・サイスミシティを示すポアソン定常過程の平均であり，総和 $\sum_{t_i<t}$ は時刻 t より過去に発生した全ての地震について取るものとする．ここで K_i は各地震 i について定まるべき定数で，付随する地震のクラスター（広義の余震；offspring）数の大小に関係するものである．そのクラスターの規模の大小は先頭の地震のマグニチュード M_i に見合ったものと考えるのは自然であろう．それでは K_i と M_i の関係はどの様に表されるのであろうか？

宇津・関 (1955), Utsu (1971) による余震域の面積と本震のマグニチュードの関係の両対数プロットは線形な関連を示しており，その線形回帰式は宇津・関の公式と呼ばれている．余震域の面積がその中の余震の数 N にほぼ比例すると考えると，本震のマグニチュード M に対して，$N\propto\exp\{\alpha M\}$ なる関係が得られる（比例定数についての研究は Yamanaka and Shimazaki, 1990, 参照）．この関係は別の経験式からも支持されている．すなわち Utsu (1971) は日本付近の $M\geq 6$ の浅発地震について，その余震で $M\geq 6$ の数を両対数プロットしてみるとやはり線形関係がある事を示している．マグニチュードの頻度分布 (2.1節) を考慮すると求める関係式が得られる．同様の関係式は二次余震についても期待されるから，K_i と M_i の関係については結局

$$K_i=K_0e^{\alpha(M_i-M_0)} \tag{17}$$

のような指数関係を考えるのが妥当である (Utsu, 1970, Section 8.1, または Ogata, 1989)．

ここで M_0 は考慮している地震データの足切りのマグニチュードである．(17) 式を満たす (16) 式のモデルを『*Epidemic Type Aftershock-Sequence (ETAS)* モデル』と称することにする (Ogata, 1992)．係数 c および p は M_0 に関して無関係であることは Utsu (1962) の示すとおりである．

ところで Lomnitz (1974) は地震活動の数理モデルとして *Klondike model* と称する，ETAS モデルと類似のものを示唆しているが，このモデルはクラスターサイズとマグニチュードの関係を $K_i \propto \alpha(M_i - M_0)$ なる線形関係にし，改良大森型ではなく指数型の減衰を用いている．そこで，*AIC* によって，これらの組合せから示唆される 4 つのモデルの適合度を比較してみた結果，ETAS モデルの方が格段によい適合をしめした (Ogata, 1985 and 1988)．Epidemic (伝染性の) という呼称は，3.1 節や 3.3 節で紹介したモデルの原型である Hawkes の Self-exciting モデル $\lambda(t) = \mu + \sum_{t_i<t} g(t-t_i)$ (Hawkes, 1971 ; Hawkes and Oakes, 1974) が ETAS モデルの原型であることにあるが，そもそもその起源は Kendall (1949) が示唆した伝染病の (Epidemic) モデルに遡るからである．Hawkes and Adamopoulos (1973) は Self-exciting モデルと，これに対応する Trigger モデルをスペクトル尤度 (付録 A 3 参照) の尤度比によって適合性を比較している．応答関数としては単なる指数関数 $g(x) = \alpha e^{-\beta x}$ より複合指数型 $g(x) = \alpha_1 e^{-\beta_1 x} + \alpha_2 e^{-\beta_2 x}$ の方が当てはまりが良いことを示しているが，これは改良大森関数への近さということを考えれば当然の事である．

6.3 地震活動パタンの計量

さて Mogi (1963) で分類されているような本震•余震型や群発地震などのような地震活動パターンが点過程モデルでどのように表現できるのだろうか．Utsu (1970) によればその分類はもっと複雑になるようであるが，そのパターン同士の境界は必ずしも明確でない．

ETAS モデルは $\theta = (\mu, K_0, c, \alpha, p)$ の 5 つのパラメータによって記述されているが，その中でも α と p が地震活動パターンをみるために重要と考えられる．p 値は，余震活動の減衰と同様に，クラスターの地震群の時間経過に関する減衰の早さを示す．他方，α 値は，群れの大きさに対するマグニチュードの効率性を示している．たとえば本震と余震の違いががはっきりしているパターンはマグニチュードの違いが群れの大きさの違いを際だたせているようになるので，α は大きい値をとる．他方，群発地震は地震の大小が群れのサイズにそれほど効かないことから α は小さい値をとる．具体的にどのような値になるかは尾形 (1987) や Ogata (1992) の Table 1 に載せてある．このほかに本震•余震型と群発型を分ける量的なパラメータとして，ETAS モデルには含まれないが，マグニチュードの b 値や指数分布以外の頻度分布が考えられる．

6.4 ETAS モデルと Restricted Trigger モデルの比較

Trigger モデルの最も単純な事例は，一つの本震に続く余震列であり，単一の改良大森型の強度関数 (4.2 節) で与えられる非定常ポアソン過程として考えることができる．ETAS モデルとの *AIC* による比較の結果，新潟地震の余震の様に顕著な二次余震が見られなく，単発の改良大森公式できれいに表現されているように見えるものでも，実は Epidemic 効果があることが示される (尾形，1987)．Trigger モデルの思想的な後盾と考えられた Jeffreys (1938) の丹後地震の余震の解析の結論 (6.1 節参照) はデータおよびモデルの精度が十分でなかった為に生じたものと思われる．

他方，日本の長期的地震活動を考えるのに有用なデータとして宇津カタログ (宇津，1982, 85) がある．これはマグニチュード 6 以上の日本および周辺の大地震のリストである (5.2 節)．公表されていないが，宇津は各地震について時空間的検討の上，常識的に前震・本震・余震の類別をしている．これに依拠して前震・本震を一次事象 (primary events)，余震を二次事象

(secondary events) としたRestricted trigger model (6.1節参照) とETASモデルを比較してみたところAICは大差でETASモデルの優位性を示した (Ogata, 1985, 1988). これは大地震のデータといえども二次余震が無視できないこと，またMogi (1968)に示されているように，本震と考えられるもの同士が因果関係や相互作用 (migration, 地域的相関) をしている事を示したものと考えられる.

6.5 二次モーメントによるETASとTriggerモデルの比較

Triggerモデルは一次，二次事象に分けられているものの，それらは観測不可能なのであり，したがってAICを計算するにあたっても，Triggerモデルとしての最良のものを選ぶなら事象の一次，二次の全ての可能な割り振りについて考慮しなければならない. このようなことは本来の尤度関数で表現することは不可能である. そこで (14) 式において$g(\cdot)$として改良大森関数（7）を考え余震減衰のp値からTriggerモデルの自己共分散を計算すると$c(u)\sim u^{-p}$であるので，自己相似ならばその指数は$H=(2-p)/2$となる. ここで地震活動の定常性を仮定すると改良大森公式について$p>1$でなければならないから$H<1/2$となるので長記憶 (5.1節) でない. 一方，自己共分散の減衰，Variance-time curve, そしてR/S解析によって東北沖の地震，世界の浅発大地震はそれぞれ$H=0.7, 0.6$ (尾形，1987) であったから，これらの性質はどの様な一次，二次事象の組み分けを考えようとも決してTriggerモデルによって再現することは出来ない. 他方ETASモデルは自己共分散をモデルから解析的に求めるのは困難なのでデータから推定されたパラメタをつかって点過程をシミュレーションし，そのPox-diagram, Variance-time curveや自己共分散を両対数プロットしてみた. これは原データの図と直線の傾きなどがほとんど同じであった. このようにETASモデルは良い再現性を示している. Hawkes型モデル$\lambda(t)=\mu+\sum_{\{i:t_i<t\}}g(t-t_i)$が分枝過程表現 (Hawkes and Oakes, 1974) で示されたように，Ramselaar (1990) はETASモデルを分枝過程で表現し，これが近似的に自己相似 (6.1節) であり相似係数が$H=(3/2)(p-1)/(b-\alpha\log_{10}e)$となることを示している. ただし，$b$はb値のことで，マグニチュードの系列$\{M_i\}$は地震の発生時系列とは無関係に独立同分布$F(M)=1-10^{-b(M-M_0)}$で生成しているものとする. 他方，Mark Westcott (personal communication) によるとETASモデルは$A=E[\exp\{\alpha(M-M_0)\}]$および$\gamma(\omega)=\int e^{-i\omega t}K_0/(t+c)^p dt$とすると理論スペクトルは

$$\Phi(\omega)=\frac{1}{2\pi}\frac{1-(A-1)|\gamma(\omega)|^2}{|1-\gamma(\omega)|^2}$$

の形になるという. これは$\Phi(0)=\infty$とならないので，厳密には長記憶 (5.1節) とはいえず，いわゆる非中心極限定理 (Taqqu, 1979) の吸引領域にも入らない. しかし筆者のシミュレーションによる経験から，近似的に一定の広い周波数帯で$\Phi(\omega)\propto\omega^{1-2H}$であることが証明できるはずであると考える.

VII. 地震活動の静穏化現象

大地震の前に或る期間，その震源域付近の常時地震活動が低下し，震央分布図に空白域 (seismicity gap) が認められた例は1952年十勝沖地震や1964年新潟地震について井上 (1965) が報告して以来，多数の例が報告されており，1979年までの研究は大竹 (1980) で解説されている. しかし，これらの報告の大部分が定性的な研究であったため，Lomnitz (1982)やLomnitz and Nava (1983) は，報告されている空白や静穏現象は単にその地域の余震活動の減衰を示す以外の何物でもないという批判をして，Habermannら (1983)と論争を起こしている. この種の議論は定量的な研究が積み重なることによって収束するものであり，ここに統計的な研究の

意義がある．たとえばOgata and Shimazaki (1984) の余震活動の終息に関する研究の動機はこの様な点にあった．

7.1　静穏化現象の統計解析

地球物理学術誌 *Pure and Applied Geophysics (PAGEOPH)* の126巻（1988年）に静穏化現象に関する特集がある．定量的な統計解析は全て，地震発生データから「余震」を取り除いた (declustered) という常時地震活動 (background seismicity) について解析をしている．正常な常時地震活動としては定常ポアソン過程を仮定しており，もしこれに発生率低下という変化があればこれを静穏化現象と考えている．したがって統計解析としては常時地震活動のデータを変化点問題と考え定常ポアソン過程を帰無仮説として検定するということである．なかでもHabermann (1988) やWyss and Habermann (1988) はZ統計量と称し二つに分けた区間の地震発生率の平均差検定を行ない境界時点を移動してグラフを書き極値分布の有意性を見ている．他方，Matthews and Reasenberg (1988) はβ統計量と称して，静穏期間を見るため区間$[t, t+\delta]$に含まれる常時地震の数の残りの数との比率$\beta(t, \delta)$を二次元関数として等高線図を描き極値統計量としての有意水準を与えている．

これらのように地震を数える方法より局所的に定常なポアソン過程 (Piece-wise constant intensity) モデルとの尤度比検定量について極値分布の有意水準を考えた方が検出力が高いのでないかと考える．それはさておき，彼らのこの異なった方法で有意性に関して同じ場所の同じ地域のデータ（例えばカリフォルニアの微小地震活動）に対して，静穏期の有無について異なった結果が出ているのは単に検出力の問題ではなく，常時地震の作り方にもあると考えられる．例えばReasenberg (1985) は改良大森公式をもちいて時空間的にクラスターを取り除くアルゴリズムを与えている．この他に出版されないものも含め様々なアルゴリズムがある．しかし5節で述べているように長記憶性を持つような地震活動をdeclusterしてポアソン過程を作るのは厳密には無理のように思うし，データの大部分を捨てるので情報の大変な損失である．いずれにしても，一定の人々がこれらの方法に基づいて微小地震のデータなどの解析をして精力的に予測を試みている．成功した例（たとえば，Kisslinger, 1988）もありそうでない例もあり，未だ確固とした評価が定まっていない．微小地震のデータの不均質性が見せかけの静穏期を生み出している場合もあるとも云われている．データを吟味し更に数多くの経験を積む必要があるというのが普通の見方であるが，その前に一義的でない常時地震活動の作成に関する問題をクリアしなければならないと思う．

7.2　地震活動の相対的静穏現象

一定の地域の地震活動の時間変化の標準モデルが同定できれば．このモデルを物差しにして地震活動の前兆異常を浮き彫りにできるかもしれない．標準モデルを物差しにして異常性を浮き彫りにするということは，すなわち統計モデルのパラメータを合わせ，点過程の意味での「残差」（"residual"，付録A5参照）を作りそれが定常ポアソン（ホワイトノイズ）過程からどのようにはずれているかを吟味することである．この解析で地震活動の異常な変化を量的にチェックすることができる．例えばOgata (1985, 1988) は宇津 (1982, 1985) の編集した1885〜1980年の地震データ ($M \geq 6.0$) について東北地方の沖合い地域について解析したが，これによると1938年・福島県沖大群発地震の際だった特異性を明示するだけでなく，「残差」事象の数が一定のレベルより少ないこと（相対的静穏現象）から増加に転じたときから一年以内に大地震が起きる場合が何組かあった．こうした相対的静穏期に無関係にマグニチュード時系列が独立で生成しているという帰無仮説のもとでは，この組合せの偶然が起きる確率がきわめて小さいことを示している．

相対的静穏期の別な検出法は「残差」データの累積関数を調べることである．もしそれが標

準ポアソン過程にしたがっていれば，傾き1の直線に近い形になっている．しかし，もし途中から傾きが有意に減ったままの状態がしばらく続けば，これは予測している変動より地震発生数が少ない状況が積み重なっていることを示している．そのときの地震活動がたとえ高かろうとも低かろうとも，「残差」過程で見ての低下であるので，普通に云われる静穏現象と区別して「相対的」静穏現象（*relative quiescence* ; Ogata, 1992）と呼ぶ．「静穏現象と呼ばれるものは単に余震活動の衰えに他ならず，来るべき大地震の前兆としての積極的な意味は無い」とするLomnitz (1982)の批判は，余震の減衰を標準モデルとして組み込みこんだ上での相対的静穏期については当てはまらない．活発な余震活動中でも相対的静穏期は考えられる．また，ずいぶん長い間地震が無くとも，それが標準モデルによる活動度に見合っていれば，相対的静穏期とはならないのである．

ここで相対的静穏期の解析を客観的に進めるためには統計的有意性をどの様に考えるかが鍵となっている．変化点と見受けられる時点 T_0 を境に分けた時間区間 $(0, T_0)$, (T_0, T) 各々のデータと全時間区間 $(0, T)$ の全データに対して ETAS モデルの AIC を比較するのであるが，変化点Tをデータによって決める場合と，予め地震学的事前情報から決まっている場合では比較の仕方が違う．後者は通常の AIC 比較をして良いが，前者は「変化点」問題であり，変化モデルの方にデータ数に応じて厳しいペナルティを課した修正 AIC を考えなければならない (Ogata, 1992)．変化点が有意であれば，変化後が相対的静穏期であるか否かが問題となる．

7.3 余震の中の相対的静穏期および巨大地震発生前の相対的静穏期

Matsu'ura (1986) は日本周辺の 11 の余震データに基づいた改良大森型ポアソンモデルの最尤法，「残差」解析や AIC の組織的な適用によって，短期間の余震の中でも，相対的静穏期が18例も存在したこと，そして大体その後に活動が回復し始め，顕著な大余震（場所によっては本震と同等の地震）が起きる確率が高いことを示している．同様な性質が中国や地中海の余震データについて調べられている（Zhao et al., 1989 ; Latoussakis et al., 1991)．

広域的な地震活動に話を移そう．空白域は期間やマグニチュードの下限などにより依存し，はっきりしないことも多い．微小地震の震源データで北海道近辺を調べた本谷（1988）の例では空白域が明確でなくとも静穏期ははっきりしているように見える．井上（1965）で述べられているように震源域の数倍以上 (500 km 前後）で静穏がみられるのならば，M 8 クラスの巨大地震については，相当広い地域の地震活動を「残差」解析しても相対的静穏期が検出されるに違いないと考える．日本列島付近の今世紀に発生したM 8 クラスの巨大地震(1923 関東，33 三陸，38 塩屋沖群発，44 東南海，46 南海，52 十勝沖，53 房総沖，68 十勝沖など）の数年前には広領域の地震活動をみると相対的静穏期が先行しているが，最近は東海沖・房総沖，または東北沖を含む広い領域の地震活動を見たが相対静穏期は見あたらない（Ogata, 1992)．

VIII. 地震活動の空間および時空間パターンの特徴

8.1 地震群の時・空間・マグニチュードの二次モーメント

Kagan and Knopoff (1980) や Vere-Jones (1978) は広域的な地震データや一地域の微小地震データについて，時・空間・マグニチュードの点過程二次モーメントを計算することによって，それぞれの地震活動の特徴的な性質を調べている．それらにみられる性質は，時間，距離の各々に関する逆べキ則，マグニチュード系列の周辺分布の指数則である．これらはフラクタルや自己相似性に関係している．

先ずマグニチュード分布の指数則は言い替えると地震解放エネルギーの逆べキ則であり（2.1節)，この法則を説明する数理モデルは斉藤ら（1973）の囲碁モデル，Vere-Jones (1976) の分枝過程モデル以来，浸透モデルなど数多くみられる（最近では Molchanov et al., 1986 ;

Bebbington et al., 1990, など). 他方であまり調べられていないのはマグニチュード時系列の従属性についてである. Lomnitz (1966) のように独立同分布と考えるのが第一次近似としては一般的であろうが, Ogata and Abe (1991) はマグニチュード系列の長記憶性の可能性について調べ, b値の変動も発生時刻やマグニチュードの履歴に依存する可能性についてモデル化を行っている (Ogata, 1989).

次に, 空間統計としては地震の震央位置また断層系などの幾何学的データのフラクタル的性質が示されている (Sadovsky et al., 1984 ; Okubo and Aki, 1987 ; Hirata, 1989, など). これらの論文の多くはフラクタル次元を求めるために「box-counting 法」を用いている. これは, 図形を含む領域を正方格子 (box) 分割して図形と交差する box の数と box の辺の長さをプロットして直線上に乗っていることを確認してその傾きを推定値とするものである. 他に点配置の距離相関を計算する方法があり, Kagan らの一連の研究 (Kagan and Knopoff, 1980 ; Kagan, 1981a, b ; Kagan and Jackson, 1991 ; Kagan, 1991a) はこの方法に基づいている. これは一つの点を起点に距離との関係で他の点の強度 (Palm intensity)

$$\lambda_0(r)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{1}{2\pi\Delta}Prob[N\{S(r,\ r+\Delta)\}=1|N\{o\}=1]$$

の計算によって距離相関 $C(r)=\lambda\{\lambda_0(r)-\lambda\}$ を求めるものであるが, 自己相似のもとでは逆ベキ減衰になる. この関係にもとづいて Ogata and Katsura (1991) は Palm intensity についての非定常空間ポアソン場モデルの尤度で自己相似係数やフラクタル次元を求める方法, またスペクトル尤度で求めたものと比較している. 幾何確率の統計としては Stoyan et al. (1987) があり, 例えば断層群と河川の系の相互空間相関関数の推定などは興味深い. また Stoyan (1992) は逆ベキ減衰の距離相関を持つが, 近似的にも自己相似とはならない幾何確率の例をいくつか挙げている.

8.2 地震活動の時空間モデル

地震発生の履歴に依って変化する条件付き確率を考える. $P(\Delta t, \Delta x, \Delta y|H_t)$ は時刻 t と $t+\Delta t$ の間に場所 $[x, x+\Delta x]\times[y, y+\Delta y]$ で地震が発生する確率であるとする. ただし $H_t=\{(t_i, x_i, y_i, M_i)\ ;\ t_i<t\}$ は地震発生の震源データ (発生時刻, 震央位置, マグニチュード) の履歴である. 時空間モデルの条件付き強度関数は

$$\lambda(t, x, y|H_t)=\lim_{\Delta t,\Delta x,\Delta y\to 0}\frac{P(\Delta t, \Delta x, \Delta y|H_t)}{\Delta t\Delta x\Delta y}$$

によって定義されるものである. 記号の簡素化のため以後, $\lambda(t, x, y|H_t)$ の代わりに単に $\lambda(t, x, y)$ と記すことにする.

Hawkes 型モデル (Hawkes, 1971) を時空間に拡張するとき条件付き強度関数の一般形は時間的に定常過程なら次のような形になることは極めて自然なことである.

$$\lambda(t, x, y)=\mu(x, y)+\sum_{\{i:t_i<t\}}g(t-t_i, x-x_i, y-y_i, M_i)$$

問題はここからで Musmeci and Vere-Jones (1992) は応答関数 $g(\cdot, \cdot, \cdot)$ について拡散型 $g(t, x, y, M)=Ae^{\alpha M}e^{-\beta u}/(2\pi\sigma_x\sigma_y u)\exp\{-(x^2/\sigma_x^2+y^2/\sigma_y^2)/(2u)\}$ または Cauchy 分布積型 $g(t, x, y, M)=Ae^{\alpha M}e^{-\beta u}c_x c_y\{\pi^2(x^2+u^2c_x^2)(y^2+u^2c_y^2)\}^{-1}$ を考えている. 他方で非一様性の項 $\mu(x, y)$ の推定に kernel 型推定を用いている. まずデータを空間ポアソン場と思って得た kernel 推定を $\hat{\mu}(x, y)$ とし, つぎに新しいパラメータ $0\leq q\leq 1$ を導入し, 残りのパラメータについてモデルの

$$\lambda(t,x,y)=(1-q)\hat{\mu}(x,y)+q\sum_{\{i:t_i<t\}}g(t-t_i,x-x_i,y-y_i,M_i)$$

の対数尤度を最大化するのである．彼らはこれをイタリアの歴史地震に当てはめているが，$\mu(x,y)$ の平滑化と応答関数のモデル比較をどの様にするか問題として残る．

Kagan (1991b) は時空間的に自己相似性を満たすようなモデルとして様々な可能性を示唆している．その中で特に注目されるのは $\mu(x,y)$ を定数とおいて応答関数 $g(\cdot,\cdot,\cdot)$ について

$$g(t,x,y\,;M)=\frac{\theta T_M^{\theta}}{t^{1+\theta}}I_{[t_M,\infty)}(t)\cdot K10^{\frac{3}{2}\delta M}\cdot\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\varepsilon^2+\sigma 10^{M-M_0}}\exp\left\{\frac{-(x^2+y^2)}{2(\varepsilon^2+\sigma 10^{M-M_0})}\right\},$$

となるようなものである．ここでパラメータ $\theta,K,\delta,\varepsilon$ そして σ が推定されるべきものである．ここでパラメータ θ, K, δ, ε そして σ が推定されるべきものである．$I_{[T_M,\infty)}(t)$ は indicator function であり，これによってマグニチュード M の地震直後はコーダ波のため後続の地震が蔭に隠れて時間間隔 $T_M\propto 10^{0.5M}$ だけ観測されない（いわゆる Dead time）と考えている．Kagan (1991b) の論文ではこのモデルを記述するのに地震モーメント $\mathcal{M}$ を使っているがここではマグニチュード M との経験式 $\log_{10}\mathcal{M}=1.5M+const.$ を使って書き直した．ε はカタログの震央の決定誤差である．

これらに対して Ogata (1993) は ETAS モデルの時空間版への拡張（すなわち $\lambda(t)=\iint_A\lambda(t,x,y)dxdy$ が ETAS モデルに一致すること）であり，かつ近似的に時空間的自己相似性を満たすようなものとして

$$g_\phi(t,x,y\,;M)=\frac{K}{(t+c)^p}\frac{e^{\alpha(M-M_0)}}{(x^2+y^2+d)^q},\qquad \phi=(K,c,\alpha,p,d,q)$$

および

$$g_\phi(t,x,y\,;M)=\frac{K}{(t+c)^p}\exp\left\{\frac{x^2+y^2}{2de^{\alpha(M-M_0)}}\right\},\qquad \phi=(K,c,\alpha,p,d).$$

の二つの場合を考えて，AIC 比較を行っている．若干のデータに基づく結果に依れば下限マグニチュードが低くなるに連れて前者のモデルの適合度が優るようである．

しかし地震の時空間活動が非一様であるだけでなく非等方的（non-isotropic）であることは自明の事であり，複雑なベイズモデルに依るもの以外に，実用に耐えるモデル化をするのは易しいことではないと思う．地震活動の時空間モデルの試みはまだスタートラインについたばかりといえよう．

震源の他に地震のメカニズム（9.6 節参照）を考えることによって地震カタログは，マグニチュード・地震の位置・発生時刻・テンソルの空間，$M\times\mathbf{R}^3\times T\times SO(3)$，のデータを提供する．ここに $SO(3)$ は震源の破壊メカニズムを示す 3 次元テンソル（回転群）である．この種のデータの蓄積も 10 年近くなっており，その統計解析も始まりつつある（Kagan, 1992a, b, c ; Frohlich and Apperson, 1992，など）．

8.3 前震と群発地震などの他種の群れとの比較

余震の場合と異なって前震は全く起きない場合が多く，通常はあっても少ない．その発生のパターンも互いに共通性が薄く全く個性的である．しかし前震の事例を集めて本震を基点に前震を重ね合わせると一定の統計的性質が浮かび上がってくる．本震から時間の逆向きに関しての改良大森型（7 式）で増加すること，本震からの距離について発生率の逆ベキ減少が見られ

ることなどである（Papazachos, 1974, 75 ; Jones and Molnar, 1979 ; von Seggern et al., 1981 ; Agnew, 1991など）．前震の時空間系列が本震の震央に収束するという報告もある（Smith, 1981 ; Wong and Wyss, 1985）．組織的にこのような調査をするには，地震カタログから何らかの方法で地震群の選出をする必要がある．Ogata et al. (1992) は前震群に対して群発地震・余震などの他の群れとの比較を出来るだけ客観的に行う為，二つの対照的なクラスターの抽出アルゴリズムを使って，気象庁カタログから地震の群れのデータを二種類作成している．ひとつは本震の規模（マグニチュード）に応じて時空間的な縄張り領域を定め，その中のものを一つの群れとみなす「ウインドー法」によるもの，もうひとつは震央間距離の近い順につなぎ，適当に定めた距離以上のものを切り離して群れを作る「リンク法」(Single-link clustering method ; Frohlich and Davis, 1990) によるものである．前震群とその他の地震群について，群れのメンバーの最初のn個のみを対象として，これらの，全ての組合せの時間間隔，震央間距離，全てのマグニチュード差（後の地震のMから前の地震のMを引いたもの）の相対度数を比較した．ここで前震群とは本震以前の地震のマグニチュードと本震のマグニチュードの差が0.45以上のものとした．$n=2, 3, \cdots, 10$ について調べたが時間間隔や震央距離は前震群の方が集中性が強いことが多い．マグニチュード差は前震群の方が増加傾向にあるものが多い．

ある地方で一連の活動が始まったとき，それが前震であるか，そのまま終息する余震であるか，群発地震であるか，その判定は難しい．宇津（1978）は前震と群発地震を識別する手がかりとして，日本付近の1926-77年の前震系列（13群）と群発地震（232群）の上位3つのマグニチュードの差と発生順について調べ，或る3条件を満たすものは3割強が前震列である事を示している．Yamashina (1981a, b) は類似のマグニチュードの組合せから，それが前震群である確率の計算を試みている．Ogata et al. (1992) も上述の地震群の時・空間・マグニチュードに関する統計データに基づいて，群れの始まりが前震系列である確率を与えるロジット型モデルを最尤法で推定している．一般的な割合としては群れの約5％が前震群であるが，この関数によればパタンによって0％から40％の確率変動がある．

8.4 複数観測項目による地震予知の適中率について

どの観測項目についても何らかの基準があって，前兆異常現象であるか否かの判定が一義的に出来るものとする．また予知の対象としている地震も，その大きさ，位置，発生時期についての範囲が一義的に決めてあるものとする．宇津（1977）によると，「適中率」は或る異常現象に対して実際に対象とする地震が起きる確率であり，或る観測項目の「予知率」とは対象とする地震の前に，その異常現象が現れる確率である．予知率を高めるために複数の観測項目を設けるのは当然であるが，これはまた適中率を高めることにもなっている．

N個の独立な観測項目 $A, B, \cdots, S$ に異常が現れた場合に，各単独項目につき或る時間の内に地震が起きる適中率が各々 $p_A, p_B, \cdots, p_S$ である場合，総合的な適中率 $P=P_{A\cap B\cap\cdots\cap S}$ はベイズの定理によって

$$P=\left[1+\frac{(1/p_A-1)(1/p_B-1)\cdots(1/p_S-1)}{(1/p_0-1)^{N-1}}\right]^{-1} \tag{18}$$

であることが分かる(宇津，1977)．ただし p_0 は対象とする地震がポアソン過程で起きるものとするときの確率で予知対象の地震発生率と予知している時間区間の積で与えられるものである．宇津（1979）は1978年・伊豆大島近海地震前の観測項目を例として，各単独項目の適中率が低くても，上記の総合適中率は十分大きな値となり得る事を示している．その後この種の問題について関心が高まった（宇津，1982，の文献参照）ため，宇津（1982）はこの問題に関する様々の考察をまとめ整理している．そして現状では予知計画の立案などの参考としては有効

であるが，多くの場合これらの計算をするデータが不十分であり，不用意な確率の計算を戒めている．

さて8.3節での具体的な確率の計算に関して，ある地方で一連の活動が始まったときにこれを異常現象と考え，地震群の初期に置ける時間・空間・マグニチュードのパタンのデータからマグニチュード差0.45以上の本震がくる適中率を計算しているが，時間パタン$\mathcal{T}$，空間パタン$\mathcal{S}$，マグニチュードパタン$\mathcal{M}$の各々の観測項目をロジット型モデル $\mathrm{logit}(p)=\log\{p/(1-p)\}$ を多変量多項式で表現したとき，各変量間の関係をAICによるモデル比較の結果

$$\mathrm{logit}(P_{\mathcal{T}\cap\mathcal{S}\cap\mathcal{M}})=\mathrm{logit}(P_{\mathcal{T}})+\mathrm{logit}(P_{\mathcal{S}})+\mathrm{logit}(P_{\mathcal{M}})$$

が最も確からしいことをで示している．実際これは各観測項目が互いに独立であることを示唆し，この式は上記の総合確率の（18）式と同等のものであることがわかる．

IX.　地震波データの統計

9.1　局所定常ARモデルによる地震波の自動検測

微小地震のように大量のデータのP波やS波の始まりを探すためには地震波の自動検測が問題になる．マグニチュードが下がる毎に地震の数は指数的に増えるといったことは，以前に述べた通り（Gutenberg-Richterの法則；2.1節）である．そうなると大量の微小地震の各種の波の始まりを決める労力は大きい．第一，地震がなくても地面は揺れている（常時微動；バックグラウンド・ノイズ）ので，微小地震ともなると振幅も小さく，目でみれば分かるかも知れないが，自動処理となると簡単でない．特にはっきりしないことが多いのが，S波の始まりをP波の中から見いだすことである．

Ozaki and Tong (1975) は非定常時系列データを等間隔のブロックに分け，局所的には定常と仮定をしてAR（自己回帰；auto-regressive）モデルを逐次当てはめAICを使って変化点を見いだしている．次いでKitagawa and Akaike (1978) はHouseholder法を有効に使って，この同定方式を高速かつ効率的なものにしている．この方法が地震波の自動検測に応用されることとなった．常時微動，P波，S波の何れもそれぞれ卓越した周期は異なっていると見えて，この方式は微小地震の自動検測には有効であることが示されている（横田ら，1981；森田と浜口，1981，84；高波と北川，1983；Takanami and Kitagawa, 1988など）．波の性質から期待されることであるが，多変量ARで同定するとP波とS波の分離は特に効果的であるようである．

Kitagawa and Takanami (1985) は常時微動の中に殆ど埋もれている地震波の検出について次のようなモデルを試みている．すなわち観測波y_nは常時微動B_nと地震波E_nと観測誤差w_nの合成和

$$y_n=B_n+E_n+w_n$$

で表現され，B_n，E_n何れも適当な次数のARモデルを仮定している．まず，予め地震の無い常時微動のみのデータに対して$E_n=0$として，これらの関係を状態空間で表現しAIC最小化法最尤法でB_nの次数とパラメータを推定する．次にB_nの次数とパラメータを既知として地震を含んでいる可能性があるデータについて同様な方法で残りのE_nの次数やパラメータを推定すると，地震波の成分が常時微動と分離される．

9.2　震源決定，走時表，P波トモグラフィー

近地に起こった地震の場合，地下構造の一様性を仮定して震源を決める方法は種々あるが，計算機による数値計算が容易になった今，震源を決める方法の中で地球内部の構造との関係で

興味深いものは走時表を用いる方法であろう．各地点 i で観測されたP波の初動時刻が t_i であるとき，震源位置と発震時刻はP波の地下伝播速度構造によって予測される到達時刻と実際の到達時刻の残差の二乗和

$$\sum_i \{t_i - t_0 - T(\Delta_i, h)\}^2 \tag{19}$$

を最小にする様に決められる．ここで t_0 は発震時刻，Δ_i は震央までの距離，h は震源の深さ，$T(\Delta_i, h)$ は予め与えられた関数（走時表）によって予測される走時（travel time）である．これは波が伝わってくる経路に関して速度関数の積分として与えられるものである．地下における地震波の伝播速度は一定でなく，第一近似として深さ h に関してのみ変化しているものである．地球の深さの関数としての一次元速度構造の研究として Jeffreys や Gutenberg 以来多くのものがある．この様にして作られた表として今でもよく使われるものに Jeffreys and Bullen (1940) のものがある．この様にして震源が決められた上で地震波の振幅を使ってマグニチュードが定まり，地震カタログが次々と地震の5要素で埋められていくというわけである．

他方，地下の速度構造 $T(\Delta, h)$ を決める問題は，まさに一般に言われる「逆問題(inversion)」である．この問題は深さのみのモデルすなわち第一次近似として地球内部が球対称であるものであったが，Jeffrey らの仕事は今に云う，地震波を使った地球内部のトモグラフィーの先駆けになっている．しかも医学に多用されるトモグラフィーと違って，自然地震の逆問題は震源も未知である（発破などによる人工地震は除く）．しかし1970年代後半から始まった記録が蓄積され，水平方向に不均質な地球モデルを求める事が出来るようになってきた．Aki et al. (1977) はP波の到達時刻データから観測ネットワーク下の地下の速度構造を求める問題を逆問題として定式化した．これは，いわゆる不適切問題（ill-posed problem）なので，これを避けるために従来の深さのみの1次元構造モデルの値から大きくはなれないという制約を課して求めている（Dumped Least Squares)．つまり，

地球内部構造＝球対称モデル（深さのみの関数)＋（3次元摂動）

という形の解を求めることを定式化した．Dziewonskii と彼の共同研究者（例えば Dziwonskii and Anderson, 1983）は球面調和関数展開近似で全地球的な速度構造を決めている．より精密な解を求めて Inoue et al. (1990) は大規模離散構造モデルによって3次元全球マントル V_M（深さ 0～2900 km）のP波速度分布を求めている．地球内部の各位置についてP波速度の逆数（slowness）をその深さの標準値からの偏差 $s=s(r, \theta, \phi)$ について次のペナルティ付き自乗和をを最小化する解として求める．

$$\Pi = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}\left(t_i - \int_{\Gamma_i} s d\Gamma\right)^2 + \frac{1}{l_u^3}\int_{V_M}\left[\frac{1}{\sigma_h^2 r^2}\left\{\left(\frac{\partial s}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\theta}\left(\frac{\partial s}{\partial \phi}\right)^2\right\} + \frac{1}{\sigma_v^2}\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)^2\right] dV$$

ここに t_i は1次元速度構造モデルの基での到達時刻の残差であり，第一項は震源から観測所へのP波の経路 Γ_i に沿った積分による理論走時と実際の観測値との差の評価，第二項は slowness 偏差の滑らかさに関する制約を目的とする体積積分で一階微分の自乗和の極座標表現である．制約の重みとして水平方向 σ_h^2 と深さ方向 σ_v^2 の分散を制御する．上部マントルを $32\times 64\times 16$ 分割して，線形モデルに帰着し最小化を共役勾配法によって実現するのである．最適な重みの値はパラメータ数が非常に大きいので，ABIC を計算するのはこの時点では不可能であり，素朴な Cross validation (Stone, 1974) によって決めている．

この他にP波のみならず，S波，表面波や減衰Qなど地震波の詳細データをつかった地球内

部の様々な物理量に関するトモグラフィは数多くあり，この方面の研究は益々盛んになっている（たとえば中西，1987，88；平原，1990；などの総合報告参照).

9.3　地震波アレイデータの時空間統計解析

地震計を空間的に何ヶ所かに計画配置して得られる地震波のアレイ（空間配列）データ $Y(x_j, y_j, t)$; $j=0,\dots,J$; $t=0,\dots,T-1$, から地震の発震機構についての情報を探るという試みがなされてきている．ここで (x_j, y_j) は j 番目の地震計の位置座標である．時間周波数・空間波数のピリオドグラムは

$$\left|\sum_j\sum_t Y(x_j, y_j, t)\exp\{-i(\mu x_j+\nu y_j+\lambda t)\}\right|^2, -\infty<\mu, \nu, \lambda<\infty$$

によって定義されたものである，時間周波数 γ, 空間波数 $\kappa=(\alpha, \beta)$ のみが卓越している単純な平面波モデル

$$Y(x, y, t)=\rho\cos(\alpha x+\beta y+\gamma t+\delta)+(\text{ノイズ}) \tag{20}$$

から推察すると，ピリオドグラムの頂上が (α, β, γ) ならば波の伝播速度が $\gamma/\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$ であり，波の進入偏角が $\phi=\tan^{-1}\beta/\alpha$ である事が分かる．実際の推定にあたってピリオドグラムは一致性が無いので，ピークの位置を明示するには周波数・波数領域の平滑化が必要である．

分解能が高いと云われ地震関係者によく使われる“Capon”統計量（Capon, 1969）は空間波数成分 μ と ν を固定したときの回帰モデル

$$Y(x_j, y_j, t)=\rho\exp\{-i(\mu x_j+\nu y_j)\}+\varepsilon(x_j, y_j, t), \quad j=0,\dots, J$$

の最尤推定値 $\hat{\rho}$ の誤差分散（Fisher 行列の逆行列）の推定量 $\{B^*M^{-1}B\}^{-1}$ を考えたものである．ここで $\varepsilon(x_j, y_j, t)$ は互いに相関のある有色ノイズでその分散・共分散行列 $M=\sum_k \boldsymbol{Y}_k\boldsymbol{Y}_k^*$ は多変量時系列 $\boldsymbol{Y}=\{Y(x_j, y_j, t)\,;j=0,\dots, J, t=0,\dots, T-1\}$ のクロス・スペクトルの推定量（通常の相互ピリオドグラムすなわち $\boldsymbol{Y}_k=T^{-1}\sum_{k=1}^{T}\boldsymbol{Y}(t)\exp\{-i2\pi kt/T\}$）で表現され，$B$ はベクトル $[\exp(-i(\mu x_j+\nu y_j)\}\,;j=0,\dots, J]$, B^* は B の転置共役ベクトルである．最尤推定値 $\hat{\rho}$ が大きい時には誤差分散も大きいことから，この誤差分散推定量が最尤推定量 $\hat{\rho}$ の代わりに使われているとおもわれる．たとえば上記（20）式の単純な余弦波の例に対しては時間周波数の中では γ，空間波数では (α, β) に於て頂上を取るようになっている．

9.4　コーダ波とコーダ Q の推定について

ここで問題とするコーダ波は地震動の，特に小さい地震の，尾部の減衰する高周波のことで，震源や観測点を含む地域の或る平均的な物性を表していると云われている．コーダ波を含む地震動の継続時間は地震波の最大振幅に比例しており，主要動の振幅が振り切れる事の多い微小地震観測のマグニチュード決定によく使われている．この方法は予め震源位置を知る必要もなく簡単であるが，地震計の特性に大きく影響されるから必ず地震計を指定しなければならないと云われている．したがって微小地震のカタログを使って地震活動を解析するとき，たとえば気象庁などが採用している最大振幅を使う大・中地震のマグニチュードと Gutenberg-Richter 法則（2.1 節）の直線に乗るように繋がるかを注意して解析する必要がある．

Scheimer and Landers (1974) によるアレイデータの時間周波数・空間波数の Capon 統計量 (9.3 節) の解析例の図をみると，地震波の主要動の波に対しては伝播経路の震源方向を示す顕著なピークがみられるのに，継続するコーダ部分ではピークが失せ，コーダ波があらゆる方向から来ていることを示している．この様な観測事実や理論的な考察のすえ，Aki and Chouet (1975) はコーダ波が地下構造の不均質性のため地震波が伝播する経路で散乱するために生じた

ものと考えている．

コーダ波の減衰の仕方は周波数fによって違いがあり，その理論的なモデルによればコーダ波振幅は震源時からの経過時間tに関して$t^{-n}\exp\{-\pi ft/Q(f)\}$に比例していると考えられている．$Q(f)$がコーダ$Q$と呼ばれるもので，地震の大小に関わらない量であるが周波数によって異なる．Q値は周波数f付近のバンドパスフィルターされたコーダ波の包絡線に対してt^nの幾何補正をして最小自乗法で求められている．大きい地震の前後に震源域で観測された微小地震のコーダ波を調べるとQ値が，大きい地震の前と後では，前者の方が平均的に大きい，という研究報告が相次いだことで地震予知の有力な情報となる可能性があり，Q値の時間変化や空間分布が求められてきている．そこで従来の最小自乗法に代わって Haar (1989) は幾何補正のコーダ波を正規ホワイトノイズと考えると，その包絡線$\{r(t)\}$が Rayleigh 分布に従うとして尤度

$$L(\alpha,\beta)=\prod_i\left\{\frac{r(t_i)}{\sigma(\alpha,\beta)^2}\right\}\exp\left\{\frac{-r(t_i)^2}{2\sigma(\alpha,\beta)^2}\right\}$$

によって最尤推定値を出して$\hat{Q}=f/(2\hat{\beta})$を計算する方法を提案している．コーダ波解析に関する総合報告はたとえば佐藤（1987）参照．

9.5 地球の自由振動，存否法

地球の振動は単純な振子の振動と同様に微分方程式$(d/dt)\boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}(t)+\boldsymbol{X}(t)$で表現される．ただし$\boldsymbol{X}(\cdot)$は入力源ベクトルである．たとえば地震は Dirac のデルタ関数を使って衝撃として$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{b}\boldsymbol{\delta}(t)$を考え，初期条件として$\boldsymbol{Y}(0-)=0$とすれば，解は$\boldsymbol{Y}(t)=\exp\{\boldsymbol{A}t\}\boldsymbol{b}=\sum_k\zeta_k\exp\{\mu_k t\}\boldsymbol{u}_k(t>0)$と書ける．ここに$\mu_k$および$\boldsymbol{u}_k$は行列$\boldsymbol{A}$の固有値および固有ベクトルである．$\boldsymbol{Y}(t)$の一成分にノイズが乗った場合を考える．

$$Y(t)=\sum_k\alpha_k\exp\{-\beta_k t\}\cos(\gamma_k t+\delta_k)+\varepsilon(t) \tag{21}$$

ここで$\mu_k=-\beta_k+i\gamma_k$である．この場合のスペクトルは周波数γ_kに於てピーク(線スペクトル)を持ち，対応するβ_kは固有振動の減衰度を表す．この値は弾性体に近ければ近いほど小さな値をとる．この解析は予め地震波の狭い周波数帯域に焦点を当て，地震動のデータにバンドパスフィルターをかけたものを用いる．Bolt and Brillinger (1979) は 1960 年チリ地震の長く続いた地震波の変換データ$Y_j=\sum_t Y(t)\exp\{-i\lambda_j t\}$に対して減衰モデル (21) のフーリエ変換との非線形最小二乗法を使って幾つかの固有振動の振幅や位相の時間変化を調べている．

熊沢ら (1983) の「存否法」と云うのは，(21) 式のような減衰三角関数モデルを使う代わりに，$\sum_{j=-m}^{m}a_j u(t-j)=0$および$\sum_{j=-m}^{m}a_j^2=1$の制約付きで$Y(t)=u(t)+\varepsilon(t)$を最小二乗して，係数$a_j$を決め，$u(t)$に関する特性方程式からピークを与える$\gamma_k$と$\beta_k$を決めるものである．線スペクトルを見いだすのに有効と考えられるが，同様な手法は Pisarenko (1972) でも提案されている．同種の地震波データが大量にある時，解析を繰り返して推定された(γ_k,β_k)を重ね合わせる (stacked or superposed)．もしこれらが見せかけのピークでなければ同じ周波数の所に重なる事が期待されるからである．これに対して Fukao and Suda (1989) は，一つの地震の記録に対して上記の次数mを様々に変えることで特性方程式の解から決まるスペクトルのピークと，これに対応するQ値を 2 次元的に重ね合わせたプロットによって地球核の新たな固有振動を見出している．

9.6 地震発生のメカニズム解および地震のモーメント解

P 波は進行方向に対して前後に揺れる波である．これが，震源からみての各々の地震計につ

いて，最初に押すように動いたかまたは引くように動いたかという記録の空間分布は，地球内部の震源の断層面に関する幾何学的な，そして地震を起こした力学的な情報をもたらしてくれる．震源を中心とした三次元空間中の単位球面上に世界各地の観測点の位置を，P波の伝播経路に関して，投影（projection）して，その位置上における押し（＋）引き（－）の2値の配置分布が，互いに直交する2本の大円で分けられる4象限の押し引き面の中に納まることが知られている(地震メカニズム)．この直行するどちらかの大円を含む面が断層面と一致する．十分大きな地震が起きると各観測点に於ける地震のデータから推し引きの境界となる直行する大円のパラメータを求めることで地震発生のメカニズムを推定できる．

しかし中小の地震については，観測点数も少なくなり．様々な誤差が伴い明確なメカニズム解が得られないことが多い．Brillinger ら（1980)によって提案された統計モデルとその最尤法による方法は以下の通りである，まず断層面を含むメカニズムを3次元角座標パラメータ（θ_T, ϕ_T, θ_P）によって表現する．地震源 i から観測点 j に向けて発したP波が震源を中心とした単位球面上に到達したときのP波初動の理論振幅（未知量）を $A_{ij}=A_{ij}(\theta_T, \phi_T, \theta_P)$，地震 i からの観測点 j でのP波初動の振幅の読み取り記録を Y_{ij} とする．これらの間に統計的な関係 $Y_{ij}=\alpha_{ij}A_{ij}+\varepsilon_{ij}$ が成り立つことを仮定する．ここで α_{ij} は震源から観測地点まで伝わることによるP波の初動の振幅の減衰に関する項であり震源と観測点との距離などに依存する．ε_{ij} は誤差項で平均値0分散 σ_{ij} とする．y_{ij} は2値確率変数で $Y_{ij}>0$ のとき $y_{ij}=1$ で，その他の場合 $y_{ij}=0$ とする．ここで直ちに

$$Prob\{y_{ij}=1\}=\Phi(\rho_{ij}A_{ij}) \tag{22}$$

であることが分かる．ここで $\Phi(\cdot)$ は正規累積分布で，$\rho_{ij}=\alpha_{ij}/\sigma_{ij}$ はこの場合のS/N比である．地震計の記録誤差や観測者の読み取り誤差を考えると $Prob\{y_{ij}=1\}=\gamma_{ij}+(1-2\gamma_{ij})\Phi(\rho_{ij}A_{ij})$ なども考えられる．$0\leq\gamma_{ij}\leq0.5$ で正確な記録は γ や σ が小さく，不確かな場合は $\gamma=0.5$ か ρ が小さくなる．たとえば（22）式の場合には尤度は

$$\prod_{ij}\Phi(\rho_i A_{ij})^{y_{ij}}\{1-\Phi(\rho_i A_{ij})\}^{1-y_{ij}}$$

で与えられる．ここで ρ は地震にのみ依存して $\gamma=0$ を仮定している．かくして $\theta_T, \phi_T, \theta_P$ そして ρ_i の最尤推定値を得ると同時に事後分布も評価できる．さらに Brillinger ら（1980）は最尤法によって得られたモデルの適合性や「残差」解析を行ってモデルの誤差が正規分布で十分妥当であることを示している．

Dziewonski ら（Dziewonski et al, 1981 ; Dziewonski and Woodhouse, 1983，など）は全世界に分布した観測所から集めた実体波の波形記録の低周波成分を使ってマグニチュード5.5程度以上の地震の震源メカニズムとモーメントマグニチュードを決める客観的な方法を提案している．Centroid-Moment Tensor（CMT）の逆問題と呼ばれるこの方法は先ず次の式

$$u_k(\boldsymbol{x}, t)=\sum_{i,j=1}^{3}\int\psi_{kij}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_0, t)m_{ij}(t-s)ds \tag{23}$$

の解としてモーメントテンソル行列と震源を一挙に決めるものである．ここに u_k は各観測所 $\boldsymbol{x}$ に於ける点震源 $\boldsymbol{x}_0$ からの3成分地震波記録，関数 m_{ij} は震源に於けるモーメントテンソル(対称行列）$\mathcal{M}=(M_{ij})$ に対して $M_{ij}=\int m_{ij}(t)dt$ の関係にある．Kernel ψ_{kij} は震源での各テンソル成分の単位インパルス $m_{ij}(t)=\delta_0(t)$ に対応する観測点での各成分の理論波形で，実際に比べる理論波形はモーメントテンソルの各成分の大きさに比例した重み付き線形合成和として与えら

れ，これと観測された波形データができるだけ一致するように (23) 式に基づいて非線形最小自乗法で求めるものである．この計算の為には先ずKernel関数 ψ_{kij} とこれの震源位置や時間についての偏微分を求める．これらはある球対称一次元地球モデルを仮定して多数の基本モードの自由振動を計算し，それらを加え合わせて得られる(self-containedな公式についてはDziewonski et al, 1981，の付録参照)．次に，通常のP波などで決められた震源要素やメカニズムを初期値として，その理論波形 $u_k^{(0)}$ を計算して実際の波形 u_k との違いが小さいとして (23) 式の震源要素に関する摂動法による第一次近似式（局所線形）から新しい震源要素とモーメント解を求める．これを繰り返して収束するまで続けるのである．

この結果得られる震源要素は，特に大きい地震の場合，従来のP波などで決められる震源要素と違ってcentroid (重心) という名が示すように，時間的にも空間的にも破壊時間 (rupture time) や破壊領域 (ruptured area) の重心に位置している．モーメントテンソル行列$\mathcal{M}$を固有値行列で表現することによって震源メカニズムのタイプと地震モーメントを得ることが出来る．とくにこの地震モーメントから計算されるマグニチュードは金森のモーメントマグニチュード (Kanamori, 1977) と同種のものであり，これは巨大地震でもマグニチュード値の頭打ちの起きない，力学的な背景のあるマグニチュードである．上記の計算方式の基での30 kmより浅い地震についてのメカニズム解は精度が悪く不安定であるがモーメントマグニチュード自体はテンソルのパターンを制限することによって安定して決まる量である．これらのことから，この方法は多くの注目を浴びている．1978年以来，彼らは計算できた中規模および大地震のモーメント解のカタログ（いわゆるHarvardカタログ）を *Phys. Earth Planet. Inter.*誌に公表し続けている．これを使った地震統計研究も出始めている (8.2節)．

9.7 破壊過程のinversion

メカニズムやモーメント以外に地震にまつわる断層モデルのパラメータは，断層の長さや幅だけでなく，断層の滑りの方向角，滑りの大きさや速度，応力の降下量などのダイナミックなものも含む．震源として特定の運動または力を与え，地下の速度分布を与えたとき，ある地点の特定の地震計の描く理論波形を計算することが出来る．十分大きい地震については理論波形と実際の観測波形を合わせることによって最適の断層運動のパラメータを推定することができる．たとえばAki (1966) の新潟地震の解析やKanamori (1970) の千島列島地震の解析以来，めぼしい数多くの大地震について断層パラメータが求められ，これによって興味ある事実も発見されている．

一つの地震が一つの単純な断層の滑りでなく，時間的空間的に接近した二つ以上の断層運動に分けられる場合（多重震源，multiple shock）も，地震記録の複雑な波形から各地の記録を比較したり空間的な制約などを課して，それぞれの震源時や断層パラメータを決めることが可能である（例えばKikuchi and Fukao, 1985)．こうして巨大地震は多かれ少なかれ多重震源と考えられている．

9.8 爆破地震とDeconvolution

地殻の研究はシステム同定 (identification) 法が応用できる．地殻が何重かの層になっていることを事前情報に，その厚さや深さを推定するのである．地質学上の研究だけでなく，ガスや石油の探査に関連して，興味の対象となっている地域に関して調査が進められている(Wood and Treitel, 1975; Waters, 1978; Robinson, 1983，など)．地表から一定の信号，ノイズや衝撃 $X(t)$ を入力して，各地層より反射してくるデータ $Y(t)$ を記録する．地層のシステムが線形 $Y(t)=\int a(t-s)X(s)ds$ であると仮定してインパルス応答関数 $a(\cdot)$ を推定するのである．原理的にインパルス応答関数は何を表しているのかを見るために次のような事を考える．時刻 τ に爆破などのパルス $x(t)=\delta(t-\tau)$ が入ったとする．最初の層を通過する波の速度が v_1，その厚

さが d_1 として第2層に入る前に，波のエネルギーの α_1 だけの割合が反射したとして地表には $Y(t)=\alpha_1\delta(t-\tau-2d_1/v_1)$ の波形が届く．第2層に入って第3層で反射した波の割合が α_2，第2層の厚さが d_2，速度が v_2 であるとして第2，3層で帰ってきた波形は $Y(t)=\alpha_1\delta(t-\tau-2d_1/v_1)+\alpha_2\delta(t-\tau-2d_1/v_1-2d_2/v_2)$ である．これは第2，3層のシステムの応答関数と考えられる．同様にして多層のモデルについて一般化出来るが，実際には，それほど単純でない．入力をデルタ関数に近い衝撃の形で等時間間隔 Δ で $X(t)=\sum_{m=1}^{M}\delta(t-m\Delta)$ 行なうと，応答関数の推定は反射波の平均 $\hat{a}(s)=(1/M)\sum_{m=1}^{M}Y(m\Delta+s)$ を取ることでハード的に得られる．実際には受信機が地表を直線的に移動して，その垂直方向の地下の構造を2次元的に捉えようとしている．さて，入力が自然地震の時パルスと仮定出来ない場合もあり，我々は出力の地震波しか直接的なデータを持たないとき多変量時系列モデル $\boldsymbol{Y}(t)=\int\boldsymbol{a}(t-s)\boldsymbol{X}(s)ds+\varepsilon(t)$ を考えなければならない状況が頻繁にある．様々な事前情報（prior）の基に $\boldsymbol{a}(\cdot)$ や $\boldsymbol{X}(\cdot)$ を推定する "Deconvolution" の問題も時系列解析の興味ある課題である（例えば Walden et al., 1992, には Deconvolution に関する何編かの解説論文が含まれている）．

東ら（1987）は東京夢の島を中心に人工地震のPは初動約1000個のデータを用いて首都圏の上部地殻の深度分布を求めている．上部地殻の境界はP波速度の不連続面であり，これを2次元3次スプラインでモデル化し面の滑らかさに関する束縛条件を入れて，走時インバージョンし Ogata and Katsura (1988) と同様の方法で ABIC（付録A1参照）を最小化するものとして解を求めている．これによると深さは1～5 km で東京都東部及び神奈川県東部から千葉県中部にかけて深度が大きく堆積層が厚いことが分かる．

9.9　広帯域地震計のグローバルネットワークと統計解析

地震計の性能は時代と共に向上しているが，最近ヨーロッパで開発された超高性能地震計は，地震学の新しい窓を開く画期的な計測器である．周期0.1秒以上の全ての地震動を，微小地震からマグニチュード8に近い地震まで，近距離でも振り切れる事なく記録できるという．この地震計を使った世界各国で様々な地震観測網が建設されている．わが国でもポセイドン計画として東アジア太平洋地域にこの地震計を配備しつつあり，地震波形記録の配布サービスも開始している．この種のデータが蓄積されて期待できる事は多い．波形解析による地震発生過程，種々の波を使った地球内部構造の研究はいうに及ばず，地震統計の各種の問題についても大きく期待できそうである（島崎ら，1992）．

X.　固体・流体地球科学の統計の中から

10.1　重力データの平滑化

重力は地球の中心からの引力であるので標高によって違う値を持つが，精密な重力計で計られる重力値は気圧や近辺の地形や地質構造によっても微妙に違いがでる．この微妙な違いのうち地質などの地下構造に深く関係した項を強調したものがブーゲー重力異常と呼ばれる．この値が計測点の粗密の差はあるものの，日本を始め世界の各地で限なく求められてブーゲー異常の等高線図として公表されている．地下の空洞，地質の境界や金属探査などの有力な情報を示すものとして活用されてもいるが，地震との関係では地表に現れていない活断層の存在，配置を示す場合があることから多くの人の注目を浴びている．

ある地点におけるブーゲー異常値 g は様々のファクターで算出されているが，それらを纏めて $g=F-\rho H$ と表される．ここで F はフリーエア異常値，ρ はブーゲー密度そして H はその係数であり，F と H は測定重力や地形のデータによって計算できるものである．残る g と ρ は裏腹の関係にある．通常，各地点のブーゲー異常を決めるにあたっては当該地域から採取した岩石の密度を地質分布に関する重み付き平均として平均ブーゲー密度 $\bar{\rho}$ を推定してから $g=g(x,$

y)の分布図を作成するのだが，これはいかにも手間がかかる．F-H 相関法と言うのは，当該領域で $\bar{\rho}$ も $\bar{g}$ も定数と考え最小二乗法 $\sum_p(F_p-\bar{\rho}H_p-\bar{g})^2$ によって，とりあえず $\bar{\rho}$ を求めてブーゲー異常分布図を作るものである．ブーゲー異常に対する地形からの相関を減らすために Fukao et al. (1981) はデータの数に見合った数だけ当該地域を等分割して最小二乗法 $\sum_j\sum_p(F_p-\bar{\rho}H_p-\bar{g}_j)^2$ を適用するという改善法を提案している．

重力の測定誤差のみならずブーゲー異常の値も誤差を含むので等高線による分布図を作るとき空間的な補完・平滑化を行うことになる．それまでの素朴な方法に対して井上 (1985) は二次元 B スプライン曲面 $f=f(x, y)=\sum\theta_{ij}B_i(x)B_j(y)$ を用いて滑らかさに関する適当な制約のもとで次の最小自乗平滑化

$$\sum_{p=1}^{P}\{g_p-f(x_p, y_p)\}^2+w_1\Phi_1(f)+w_2\Phi_2(f)$$

を行うアルゴリズムとプログラムを与えている．ただし

$$\Phi_1(f)=\iint\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right\}dxdy,\ \Phi_2(f)=\iint\left\{\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2+2\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)^2\right\}dxdy$$

である．このとき制約に関する重み w_1 および w_2 は制作者の主観などによる．しかしながら，制約もパラメータの二次形式になっているから，事前分布が多変量正規でありベイズ尤度が計算可能となり客観ベイズ法（付録 A 1 参照）として定式化され，重み（超パラメータ，w_1 および w_2）の決定は ABIC によって最小化されたものとして得る事ができる（たとえば Ogata and Katsura, 1988）

村田 (1990) は当該地域の平均ブーゲー密度とブーゲー異常分布の補間平滑化を同時に行う為に

$$\sum_{p=1}^{P}\{F_p-\rho H_p-f(x_p, y_p)\}^2+w_1\Phi_1(f)+w_2\Phi_2(f)$$

の超パラメータ w_1，w_2 および ρ を決めた．さらに全九州を 20 km×20 km の領域に分けて ρ を求め全九州のブーゲー密度分布の等高線図を書いたところ，地質分布から期待される表層密度の空間分布と良く一致することが示された (Murata, 1992)．さて将来の問題として，もし客観ベイズ法の原理をさらに追求するならば，第一節で述べたように ρ も位置の関数と考え，

$$\sum_{p=1}^{P}\{F_p-\rho(x_p, y_p)H_p-f(x_p, y_p)\}^2+w_1\Phi_1(f)+w_2\Phi_2(f)+w_3\Phi_1(\rho)+w_4\Phi_2(\rho)$$

によって求めるべきであろうが，計算機の計算速度や記憶容量に関わる壁をどのように克服するかこれからの課題であろう．

10.2 地球潮汐の影響を受けた時系列データ解析

地球上のどこかの地点で観測される，長周波地震計，伸縮計，傾斜計，重力計，体積歪計，潮位，地下水位などは太陽や月などの天体運動の引力の組合せによる地球潮汐の影響を受けている．これらのデータ $\{y(t)\}$ は次のような合成として考えられることが多い．すなわち

$$y(t)=\sum_{k=1}^{K}R_k\cos(\omega_k t-\psi_k)+\int_0^t g(s)r(t-s)ds+d(t)+\varepsilon(t)$$

で，ここで右辺の最初の項は地球潮汐に関係するもので，R_k, ω_k, ψ_k は各々 k 番目の振幅，周波

数，位相であり，$r(\cdot)$ は気圧，降水量や温度などの時間変化でインパルス応答関数 $g(\cdot)$ に基づく時間遅れで効いてくる項，d はその他の人為的な変化を説明するトレンドやドリフトで時々のジャンプも有り得る項，$\varepsilon(\cdot)$ は誤差項である．問題はデータ $y(t)$ や $r(t)$ が与えられたとき，$\{R_k\}, \{\psi_k\}, g(\cdot)$ や $d(\cdot)$ を推定して時系列の分解を実行することである．Ishiguro et al. (1981) は潮汐の周波数 ω_k を幾つかの分潮グループに分けて，その中でパラメータが同じものとして，時間を等間隔に離散化 $\{t_i\}$ し，以下にあるような係数 $\{R_{m_j}\}, \{\omega_{m_j}\}, \{\psi_{m_j}\}$ を既知とした時系列版モデルとして

$$y_i=\sum_{m=1}^{M}\left\{\alpha_m\sum_{j=1}^{Jm}R_{m_j}\cos(\omega_{m_j}t_i+\psi_{m_j})+\beta_m\sum_{j=1}^{Jm}R_{m_j}\sin(\omega_{m_j}t_i+\psi_{m_j})\right\}$$
$$+\sum_{j=0}^{J}g_jr_{i-j}+d_i+\varepsilon_i,\quad i=1,2,\cdots,N$$

を考えた．推定すべき係数は $\{\alpha_m\}, \{g_j\}, \{d_i\}$ および σ^2 である．見れば分かるように未知パラメータの方がデータより多く，以下のようなパラメータ間の制約を課さねばならない．すなわち

$$\sum_{j=1}^{N}\varepsilon_i^2+v^2\sum_{i=3}^{N}(d_i-2d_{i-1}+d_{i-2})^2+\sum_{m=2}^{M}w_m^2\{(\alpha_m-\alpha_{m-1})^2+(\beta_m-\beta_{m-1})^2\}$$

を最小化するのである．第一項の残差自乗和が尤度に対応し残りの項がパラメータの事前分布として多変量正規となり，ベイズ尤度が計算可能となり客観ベイズ法（付録A1参照）として定式化され，重み（超パラメータ，v および w_m）の決定は ABIC によって最小化されたものとして得る事ができる．なお通常 $w_m=w$ を仮定してドリフトの跳躍（不連続）が考えられる所では $w_m=0$ として ABIC 比較が可能であるし，データに欠測があっても支障なく計算可能で誤差幅も見込んだ補間ができる．このプログラムは BAYTAP-G として公開されており，地震・固体地球物理関係で頻繁に使われている．BAYTAP-G のプログラム使用マニュアルが石黒ら (1984) に示されている．

10.3　水文時系列解析

水の循環に関する量的な把握，特に毎日の降雨量，地下水や河川流量の変化に関する定量的な研究には時系列解析をはじめとする統計研究者が大きく貢献している．もともとダムの設計のための流量の時系列に関するの長記憶性（long-range correlation）に関する研究が，その後確率論において数学的に貴重な例として発展したものは少なくない．河川の流量予測に適しているかどうかは大いに疑問のあるところである（例えば尾崎，1981，参照）が，統計的手法も R/S 解析など興味深いものを提案している（6節参照）．

河川の流量予測にあたって，降雨量の増減に関しての地下水貯蔵による河川流量の非線形性，河川ごとの特殊性をシミュレーションする為に Sugawara (1961) はタンクモデルの当てはめを考案・提唱した．これによって大雨の時の洪水予測やダム制御に大きな貢献を果たした．タンクモデルは地下水位の予測にも使われている．各河川のタンクモデルの決定はタンクの穴の配列やタンク群の配置などの試行錯誤によるので手間がかかるので，計算機による学習過程の研究として進められている（菅原，1977）．

これに対して Ozaki (1980, 85) はタンクモデルの思想を受け継いで以下のような統計的出入力（input-output）型時系列モデルを最尤法および AIC 最小化法で選ぶ事を提案している．現時刻 t についてタンク群に蓄えられている水（地下水総量；unobservable）を Z_t，タンクからの流出量（河川流量）R_t としたとき，これらの関係には非線形な非減少関数関数による回帰 $R_t=f(Z_{t-1})+\varepsilon_t$ を仮定する．さらに地下水総量は過去に流出した流量と降雨によって流れ込

んだ水量の総和だから，時刻 t における降水量を r_t として

$$Z_t = a_1R_t + \cdots + a_pR_{t-p+1} + b_1r_t + \cdots + b_qr_{t-q+1}$$

の重み付き線形和で表現される．Ozaki (1980) は関数 $f(\cdot)$ を r 次多項式として次数の組 (p, q, r) の最適なものを AIC によって決め，係数を最尤法で定める．この結果，真に非線形な河川もあれば，線形で十分な例もあることが分かった．

北川ら (1991) は静岡県榛原町における地質調査所の井戸の水位時系列データについて興味ある解析をしている．地下水位は地下水の状態を示しており，時刻 n の井戸の水位 y_n は気圧の効果 P_n 地球潮汐の効果 E_n そして降水の効果 R_n などに関係していることが知られており，これらの効果を線形モデルで量的に表現すると

$$y_n = T_n + P_n + Q_n + R_n + w_n$$

のように書ける．ただし，T_n は $T_n - T_{n-1} = v_n$ (v_n はホワイトノイズ) に従うトレンド項，w_n は誤差項である．気圧効果 P_n 地球潮汐効果 Q_n はそれぞれ過去に遡った，気圧 $\{p_m\}$ や地球潮汐 $\{q_m\}$ の観測時系列の時間遅れで効いてくる convolution としての重み付き移動平均，

$$P_n = \sum_{i=0}^{I} a_i p_{n-i}, \qquad Q_n = \sum_{i=0}^{J} b_j q_{n-j}$$

で与えられるものと仮定し，降水効果 R_n は降水量 r_n について上記の関数 $f(\cdot)$ を線形なものと仮定する．北川らはこれらの関係を状態空間で表現し，カルマンフィルタと平滑化アルゴリズムにより，各々の係数を推定している．特にトレンド $\{T_n\}$ には，複雑な元のデータからは熟練者にしてようやく見ることのできるような，近傍の地震による変動効果 (5 cm 程度の水位の低下，コサイスミック変動) や，平常時にはほぼ単調に水位が上昇する様子が現れた．このコサイスミック変動が起きた地震について，震源と井戸の距離とマグニチュードには興味ある関係がみられ，また特にそれらの地震の前に或る特徴的な水位のパタン (プレサイスミック変動) が見られるということで，地震予知の観点から期待を持たれ，解析の蓄積がなされている．なお，この水位データは膨大であるのみならず，大量の欠測値や異常値を含み，データの前処理としてカルマン状態空間や Kitagawa (1987) の非ガウス型状態空間モデルのフィルタや平滑化アルゴリズムによる自動処理が威力を発揮している．

10.4 地球の極運動

地球の回転軸は正確にみると北極星に対して一定の角度ではなく，また回転速度も日周期や年周期からも揺らいでいる．その中でもチャンドラー運動と呼ばれるものは約 1.2 年の周期成分を持つ揺らぎである．チャンドラー運動の性質に対して，2 つの異なった意見がある．ひとつは，チャンドラー運動はただ一つの成分ではなく 1.2 年の周期周辺のいくつかの成分からなっているというものであり，他は，チャンドラー運動はただ一つの成分であって，周期あるいは位相や振幅が変化しているのは，なにかチャンドラー運動を励起させたり減衰させたりするものがあるという立場である．大江 (1976) は 1899〜69 年の International Latitude Service (ILS) による 1 カ月毎の 2 変量時系列データから永年変化と年周変化を差し引いた揺らぎのデータに ARMA モデルを当てはめたところ，AIC を最小化するものは x 成分が ARMA (6, 4)，y 成分が ARMA (5, 4) という結果を得ている．いずれも 1.19 年の単一スペクトルの高いピークが示されている．

チャンドラー運動を励起する原因として大気の質量分布の不規則変動を考える説が Jeffreys (1940) 以来強いが，大地震のインパクトを挙げる論文も地震関係者に多い (Anderson, 1974;

O'connel and Dziewonski, 1976, など）．他方 Kanamori (1977) はチャンドラー運動の振幅変化と浅い地震の放出エネルギー（モーメント）変化の類似性に注目して，この運動が地震活動に影響しているのでないかと考えている．他方，阿部カタログによると 1920～40 年代で地震の発生率が有意に多くなっている区間はチャンドラー運動の振幅が小さいが位相または角運動の変化が大きい時期であるのは注目される (Ogata and Abe, 1988)．しかし，これらの関係はデータの観測期間の長さからみて長周期的な変化の相関であるため決定的な結果として実証されたものとは考えられていないようである．

光学望遠鏡によって観測されてきた ILS データは，電波望遠鏡による観測に取って代わられ，一挙に 2 桁の精度が向上したといわれて，短周期的な現象については，いずれいろいろな構造が明確になるものと期待される．たとえば Naito and Kikuchi (1992) は 1984 年から 1990 年の自転速度の 30～60 日振動時系列と気象庁の数値予報の基礎データに基づいて計算された大気変動効果時系列が，10～150 日バンドパスフィルターのもとで殆どぴったり一致しているのが見て取れ，大気の状態と地球回転のメカニズムの対応がより明確に成りつつある．

A. 付　録

A1. 客観ベイズ法

統計モデルを表現するパラメータが大量にあるとき，その対数尤度関数は最大値を持たないことが多いばかりか，最尤推定値が決まっても，それによって表現されるモデルは揺動やノイズで撹乱された不明瞭な場合が多い．これを避けるための常套手段は，平滑化などのパラメータ間での制約を課すことが多い．例えば制約を重みのベクトル $\boldsymbol{W}$ で制御するようなペナルティ関数 $\Phi(\theta|\boldsymbol{W})$ を考えて，ペナルティ付き対数尤度関数 (Good and Gaskins, 1971)

$$Q(\theta|\boldsymbol{W})=\log L(\theta)-\Phi(\theta|\boldsymbol{W})$$

を最大化するパラメータ θ が推定値を与えるのである．かくして，重み $\boldsymbol{W}$ の適切な決め方の問題が浮上してくる．

Akaike (1980) はペナルティ付き対数尤度関数の最適化問題をベイズ推論の問題に帰着させてエントロピー最大化原理の一環として解いた．すなわちペナルティ関数は超パラメータ $\boldsymbol{W}$ で特徴付けられた事前（確率）分布と $\pi(\theta|\boldsymbol{W})=\exp\{-\Phi(\theta|\boldsymbol{W})\}/\int\exp\{-\Phi(\theta|\boldsymbol{W})\}d\theta$ なる関係に注目し，パラメータ θ についての事後（確率）分布を定義するための正規化定数を与える高次積分

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{W})=\int L(\theta)\pi(\theta|\boldsymbol{W})d\theta$$

に注目すると，これは超パラメータ $\boldsymbol{W}$ のみの関数であり，この $\mathscr{L}$ について最大化をするような重みを選ぶのが Good (1965) が提案する *Type II* 最尤法と呼ばれるものである．Akaike (1980) は $\mathscr{L}$ をベイズ尤度と呼んでおり *Akaike's Bayesian Information Criterion,*

$$ABIC=(-2)\max_{\boldsymbol{W}}\log\mathscr{L}+2\times dim(\boldsymbol{W}),$$

を AIC (Akaike, 1974) と同様，エントロピー最大化原理 (Akaike, 1977) を実現するものとして提案している．この様にベイズモデルは尤度と事前情報の分布によって構成され，ベイズモデルを比較するとき $ABIC$ 値の小さい方がデータによく適合したものと考えられる．

なお事前分布 $\pi(\theta|\boldsymbol{W})$ や事後分布が非正規型の時，各々の正規化定数を計算する高次積分はメトロポリス型モンテカルロ法 (Ogata, 1989, 1990) も考えられるが，特に事前分布が多変量

正規分布の時，正規近似（Ishiguro and Sakamoto, 1983）するのが効率性からみて有望であり本稿2節で紹介している諸論文などで威力を発揮している．

A2.　条件付き強度関数

$P_\Delta(t|H_t)$ は微小時間区間 $(t, t+\Delta)$ における履歴 $H_t=\{(t_i, M_i); t_i<t\}$ のもとでの地震の発生確率であるとする，履歴 H_t は，現在時間 t より過去の地震の発生時刻 $\{t_i\}$ のみならず，地震のマグニチュード $\{M_i\}$ も考慮に入れている，「**条件付き強度関数**」(*conditional intensity function*) $\lambda(t|H_t)$ は形式的に

$$\lambda(t|H_t)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{P_\Delta(t|H_t)}{\Delta} \tag{24}$$

で与えられるものである．条件付き強度関数は点過程を完全に記述する．つまり条件付き強度関数と点過程は一対一に対応する（たとえば Liptzel and Shiryaev, 1978)．例えば待ち行列，保険数学や信頼性理論でよく使われる更新過程は，条件付き強度関数が最近に発生した点にのみ依存した危険率（Hazard rate）関数を使って

$$\lambda(t|H_t)=\nu(t-\tau_L)=\frac{f(t-\tau_L)}{1-F(t-\tau_L)}$$

の様に表現される．$F(\cdot)$ は隣合う点の間隔の長さの分布関数で，$f(\cdot)$ はその密度関数である．このタイプの点過程を拡張したものに Wold 過程がある．これは $\lambda(t|H_t)=\nu(t-t_{(1)}, t-t_{(2)},\ldots, t-t_{(m)})$ のようになる．ただし $t_{(i)}$ は時刻 t より前にあって最後から i 番目に発生した点の時刻である．非定常ポアソン過程は条件付き強度関数が $\lambda(t|H_t)=\nu(t)$ のように過去の履歴に無関係で時刻 t だけの関数である．さらに $\lambda(t|H_t)=\mu=$定数のとき定常ポアソン過程を特徴づけるのである．

条件付き強度関数に較べて，スペクトルや自己共分散関数，点間の分布，パルム測度などは，これらと対応する異なる点過程を幾つも作ることが出来るので統計モデルの再現性を調べるのに適さない．他方，条件付き強度関数は点過程の統計モデルを記述し，データをシミュレーションする上で決定的に有利である．点過程の条件付き強度関数に基づいた標本作成アルゴリズムとして Thinning によるシミュレーション法（Ogata, 1981）がある．その一般性と速さでは画期的なものである．近い将来点過程シミュレーションの中心的方法になると確信している．

A3.　スペクトル尤度関数

十分なデータ数のもと，弱定常時系列のピリオドグラムが各周波数でのスペクトル値を平均とする指数分布（自由度2のカイ2乗分布）になること，および異なる周波数のピリオドグラム値が互いに独立であることが証明される．このことに基づいて Whittle (1962) や Bertlett (1963) が導いた対数尤度関数は，パラメータ化したスペクトル関数 $\Phi_\theta(\omega)$ とピリオドグラム $I(\omega)$ に対して，

$$\log L(\theta)=-\sum_{\{i:\omega_{\min}\le\omega_i\le\omega_{\max}\}}\left\{\log\Phi_\theta(\omega_i)+\frac{I(\omega_i)}{\Phi_\theta(\omega_i)}\right\} \tag{25}$$

と近似的に書けるものである．ここでは周波数のバンドを $\omega_{\min}$ と $\omega_{\max}$ の間に限っている．これらは普通それぞれ観測時間区間の長さと発生点の最小時間間隔などに依って定められる．このスペクトル尤度関数をパラメータ θ に関して最大化することによってスペクトルを推定する．この尤度関数は，時系列が正規分布に従っていれば本来の尤度関数と本質的に一致する．しかし点過程の場合は，自己共分散などの二次モーメントを合わせるという意味での適合になって，

データ数や精度に比する当てはまりの良さ（効率性；efficiency）は一般に期待できない．けれども，本来の尤度を書くことが困難な場合には重宝である．点過程への応用例については Hawkes and Adamopoulos (1973), Ogata and Abe (1991)，そして Ogata and Katsura (1991) などがある．

A4.　点過程の尤度関数（Likelihood function）

条件付強度関数 $\lambda(t|H_t)$ から決まる点過程について，区間 $(0, T]$ 上の指定された位置 $t_1<t_2<\ldots<t_n$ に n 個の点が生起する同時確率密度関数は

$$f_T(t_1, t_2,\ldots, t_n)=\{\prod_{i=1}^{n}\lambda(t_i|H_{t_i})\}\exp\left\{-\int_0^T\lambda(t|H_t)dt\right\} \tag{26}$$

で与えられる．この密度関数の意味は，非定常ポアソン過程の場合ならば，次のように考えることができる．すなわち，各 i に対して微小区間 (t_i, t_i+dt_i) で点が発生する確率が $\lambda(t_i)dt_i$，その他の区間 (t_{i-1}, t_i) に点が発生しない確率は $\exp\{-\int_{t_{i-1}}^{t_i}\lambda(t)dt\}$ であるから，ポアソン過程の重ならない区間に於ける事象の独立性によって，これらの確率を乗じて上の密度分布を得る．一般の点過程の場合にも同時確率の条件付確率による乗法公式によって同様に考えることができる．

さて条件付強度関数が $\lambda_\theta(t|H_t)$ のようにパラメータ化されると，密度関数もパラメータ θ によって特徴づけられる．この θ の値を推定したりモデル $\lambda_\theta(t|H_t)$ を検討する為に，観測された事象列データ $t_1, t_2,\ldots, t_n$（定数）を密度関数に代入したものは θ のみの関数

$$L(\theta\,;t_1,\ldots, t_n)=f_T(t_1,\ldots t_n\,;\theta) \tag{27}$$

となっていて，これを尤度という．従って対数尤度は

$$\log L_T(\theta\,;t_1,\ldots, t_n)=\sum_{i=1}^{n}\log\lambda_\theta(t_i|H_{t_i})-\int_0^T\lambda_\theta(t|H_t)dt \tag{28}$$

となる．この関数を最大にする θ をもって統計モデルを推定するという立場が，最尤法と呼ばれている．

最尤法は，様々の意味で最適な推定法であり，一般的に合理的な結果をもたらすものとして広く経験されているが，点過程モデルの場合もその数学的条件が調べられている (Ogata, 1978; Kutoyants, 1979, 82, 84; Karr, 1986 など)．この方法は最近，盛んに実用されるようになってきている．それはパラメタの次元がある程度大きくても数値的に対数尤度の最大値を求めることが可能になってきたからである．

A5.　点過程の「残差」解析

条件つき強度関数の積分

$$\Lambda_\theta(t)=\int_0^t\lambda_\theta(s|H_s)ds, \tag{29}$$

は増加過程と呼ばれる．これは時間 t に於ける累積余震数の期待値を示している．例えば強度関数が大森公式であれば $\lambda_\theta(t)=K/(t+c)$ だから $\Lambda_\theta(t)=K\log(t+c)/c$ であり，改良大森公式ならば，$\lambda_\theta(t)=K/(t+c)^p$ だから $\Lambda_\theta(t)=K[(t+c)^{1-p}-c^{1-p}]/(1-p)$ となる．いま点過程データ $\{t_1, t_2,\ldots, t_n\}$ が条件つき強度関数 $\lambda(t|H_t)$ のもとで生成されているとする．そこで，これにもとづいて t から τ への時間変換 $\tau_i=\Lambda_\theta(t_i)$ を与えると $\{t_i\}$ は $\{\tau_i\}$ へ一対一に変換される．このとき $\{\tau_i\}$ は標準ポアソン過程になることが証明できる (Papangelou, 1972, 参照)．ところが実

際には真の条件つき強度関数は未知である．推定された条件つき強度関数 $\lambda_{\hat{\theta}}(t|H_t)$ を用いてこの様な変換を行ったとき，変換されたデータ $\{\tau_i\}$ は「残差」過程（*residual point process*）と呼ばれている（Ogata, 1988）．これが標準ポアソン過程に近いほど $\lambda_{\hat{\theta}}(t|H_t)$ は「真の」条件つき強度関数を良く近似していることになる．いいかえると，「残差」過程が標準ポアソンの性質からかけ離れている事を示すときは，データの性質の中にモデルで表現されてない要素が存在することを意味し，これを手がかりにモデルの改善を行うことが出来るということである．幸いなことに定常ポアソンの検定の為の有用なグラフ統計量はたくさん存在する（4節参照，詳しくは，たとえばCox and Lewis, 1966，参照）ので，様々な性質ごとに調べることができる．

例えば地震活動の条件つき強度関数で表現されるモデルが地震発生データによく適合していれば，「残差」過程は標準ポアソンに十分近いはずである．反対に，「残差」過程が標準ポアソン過程でないような，統計的に有意な何らかの特徴が見いだされたとき，それはモデルとデータがかけ離れていることを示す．モデルとデータのどちらが問題なのか，一概には何も言えない．モデルが悪いのかも知れないし，データそのものが不均質かも知れない．あらゆる場合を考慮して，良いデータを良いモデルで適合して，地球物理的な意味のあるデータの変動を捉えることの出来る様な「残差」をひきだせれば，モデルには無い新しい情報をつかんだことになり，その意味でのデータ解析は成功したといえよう．

謝辞：宇津徳冶東大名誉教授には折りに触れて文献などの地震学に関する様々の有益な御教授を頂いた．また宇津先生と山科健一郎東大地震研究所助教授には原稿に目を通して頂いて有益なコメントを頂いた．査読者の方々にも有益なコメントを頂いた．

参考文献

I. はじめに

Kotz, S. and Johnson, N. L. (1992). *Breakthroughs in Statistics*, Springer, New York.
Cressie, N. (1991). *Statistics for Spatial Data*, Wiley, New York.

II. 地震の大きさ分布の統計

2.1 マグニチュード分布と最尤法

Akaike, H. (1977). 付録A.1参照．
Aki, K. (1965). Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N=a-bM$ and its confidence limits. *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo* **43**, pp. 237-239.
Gutenberg, B. and Richter, C. F. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **34**, pp. 185-188.
Gutenberg, B. and Richter, C. F. (1954). *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena,* 2nd edn., Prinston University Press, Princeton, NJ.
Ogata, Y. and Yamashina, K. (1986). Unbiased Estimate for b-Value of Magnitude Frequency, *Journal of Physics of the Earth* **34**, pp. 187-194.
Suyehiro, S. (1966). Difference between aftershocks and foreshocks in the relationship of magnitude to frequency of occurrence for the great Chilean earthquake of 1960, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, **56**, pp. 185-200.
宇津徳冶（1982）．各種マグニチュード間の関係，**地震研究所彙報，57**, pp. 465-497.
Utsu, T. (1965). 地震の規模別度数の統計式 $\log n=a-bM$ の係数 b を求める一方法，**北大地球物理学研究報告 13**, pp. 99-103.
Utsu, T. (1971). Aftershock and earthquake statistic (III) : Analyses of the distribution of earthquakes in magnitude, time and space with special consideration to clustering characteristics of earthquake occurrence (1), *Journal of the faculty of Science,* Hokkaido Univ., Series VII (Geophysics), **3**, pp. 379-441.

坪井忠二 (1954). 地震動の最大振幅から地震の規模Mを定めることについて, **地震** 第2輯, **第7巻**, pp. 185-193.

2.2 b値の時・空間変動

井元政二郎 (1987). 東海地域に於ける最近のb値の時空間変化について, **地震** 第2輯, **第40巻**, pp. 19-26.

Imoto, M. (1991). An application of Baysian (ABIC) smoothing methods to estimating space and time variations in the magnitude distributions of earthquakes, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **43**, pp. 207-225.

井元政二郎, 古川信雄, 尾形良彦(1990). 関東地域におけるb値の3次元分布, **地震** 第2輯, **第43巻**, pp. 321-326.

Imoto, M. and Ishiguro M. (1986). A Bayesian approach to the detection ofchanges in the magnitude frequency relation of earthquakes, *J. Phys, Earth,* **34**, pp. 441-455.

Ishiguro, M. and Sakamoto, Y. (1983). 付録A.1参照.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1988). Likelihood analysis of spatial inhomogeneity for marked point patterns, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **40**, pp. 29-39.

Ogata, Y., Imoto, M. and Katsura, K. (1991). 3-D spatial variation of magnitude-frequency distribution beneath the kanto District, Japan, *Geophys. J. Int.*, **104**, pp. 135-146.

Smith, W. D. (1986). Evidence for precursory changes in the frequency magnitude *b-value, Geophys. J. Roy. Astron. Soc.,* **86**, pp. 815-838.

2.3 地震の検出率の時・空間の変化

Cristoffersson, A. (1980). Statistical models for seismic magnitude, *Phys. Earth & Planet. Interiors,* **21**, pp. 237-260.

Gutenberg, B. and Richter, C. F. (1944). 2.1節参照.

石本己四雄, 飯田汲事 (1939). 微動計による地震観測 (一) **地震研究所彙報**, **17**, pp. 443-478.

Lilwall, R. C. (1987). Station threshold bias in short-period amplitude distance and station terms used to compute body-wave magnitudes m_b, *Geophys. J. R. astr. Soc.,* **91**, pp. 1127-1133.

尾形良彦 (1992). 地震の検出率とマグニチュード分布の時空間的変化, **統計数理**, **39**, pp. 245-256.

Ogata, Y. (1992). Space-time evolution of observed magnitude frequency distribution in and around Japan inferred from an earthquake catalog, submitted to *Journal of Computational and Graphical Statistics*.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1993). Analysis of temporal and spatial heterogeneity of magnitude frequency distribution inferred from earthquake catalogs, *Geophys. J. Int.,* to appear.

Ringdal, F. (1975). On the estimation of seismic detection thresholds, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **65**, pp. 1631-1642.

Ringdal, F. (1976). Maximum likelihood estimation of seismic event magnitude from network data, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **66**, pp. 789-802.

Ringdal, F. (1986). Study of magnitudes, seismicity and earthquake detectability using a global network, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **76**, pp. 1641-1659.

von Seggern, D. and Blandford, R. (1976). Seismic threshold determination, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **66**, pp. 753-788.

III. 地震発生の時系列解析

3.1 地震活動の周期性の統計的問題

Akaike, H., Ozaki, T., Ishiguro, M., Ogata, Y., Kitagawa, G., Tamura, Y. H., Arahata, E., Katsura, K. and Tamura, Y. (1984). *Time Series and Control Program Package, TIMSAC-84,* Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

安芸敬一 (1956). 統計地震学の現状, **地震** 第2輯, **第8巻**, pp. 205-228.

Bartlett, M. S. (1963). The spectral analysis of point processes, *J. R. Statist. Soc. B.,* **25**, pp. 264-296.

Berman, M. and Turner, T. R. (1992). Approximating point process likelihoods, *Applied Statist.* (*J. Roy. Statist. Soc. C*), **41**, pp. 31-38.

Hawkes, A. G. (1971). Point spectra of some mutually exciting point processes, *J. R. Statist. Soc.,* **B 33**, pp. 438-443.

Ishibashi, K. (1985). Possibility of a large earthquake near Odawara, central Japan, preceding the Tokai earthquake, *Earthq. Predict. Res.*, **3**, pp. 319-344.

河角 広(1970). 関東南部地震 69 年周期の証明とその発生の緊迫度ならびに対策の緊急性と問題点, **地学雑誌 79,** pp. 296-319.

Matsumura, K. (1986). On regional characteristics of seasonal variation of shallow earthquake activities in the world, *Bull. Disas. Prev. Inst. Kyoto Univ.* **36**, pp. 43-98.

Mogi, K. (1969). Monthly distribution of large earthquakes in Japan, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **47**, pp. 419-427.

Ogata, Y. (1983). Likelihood analysis of point processes and its application to seismological data, *Bull. Int. Statist. Inst.* **50**, pp. 943-961.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1986). Point process model with linearly parameterized intensity for the application to earthquake data, *J. Appl. Probab.*, **23A**, pp. 291-310.

尾池和夫 (1977). 降雨と地震発生との関係について, **京都大学防災研究所年報, 20, B-1**, pp. 35-45.

Schuster, A. (1897). On luner and solar periodicities of earthquakes, *Proc. Roy. Soc.* **61**, pp. 455-465.

島崎邦彦 (1971). 地震発生の周期性について, **科学 41,** 岩波書店, pp. 688-689.

宇津徳治 (1992). 地震活動とはどのようなものか, **数理地震学 VII,** 統計数理研究所共同研究リポート **34**, pp. 139-157.

Vere-Jones, D. and Ozaki, T. (1982), Some Examples of Statistical Estimation Applied to Earthquake Data, *Ann. Inst. Stat. Math.*, **34**, pp. 189-207.

3.2 大地震や特性地震の再来に関する統計モデル

河角 広 (1970). 3.1 節参照.

Ogata, Y. and Vere-Jones, D. (1984). Inference for earthquake models: a self-correcting model, *Stoch. Proc. Apple.*, **17**, pp. 337-347.

Shimazaki, K. and Nakata, T. (1980). Time-predictable model for large earthquakes, *Geophys. Res. Letters,* **7**, pp. 279-282.

Utsu, T. (1984). Estimation of parameters for recurrence models of earthquakes, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **59**, pp. 53-66.

宇津徳治 (1987). 地震活動と地震予知, **地震予知研究シンポジウム,** pp. 123-128.

Vere-Jones, D. (1978). Earthquake prediction -a statistician's view, *J. Phys. Earth,* **26**, pp. 129-146.

Vere-Jones, D. (1988). On the variance properties of stress release models, *Austral. J. Statist.*, **30**A, pp. 123-135.

Vere-Jones, D. and Deng, Y. L. (1988). A point process analysis of historical earthquakes from Noth China, *Earthquake Research in China* (English trans.), **2** (2), pp. 165-181.

Vere-Jones, D. and Ogata, Y. (1984). On the Moments of a Self-Correcting Process, *J. Appl. Probab.* **21**, pp. 335-352.

Vere-Jones, D. and Ozaki, T. (1982). 3.1 節参照.

Vere-Jones, D. and Zheng, X. (1991). Application of stress release models to historical earthquakes from North China, *Pageoph.*, **135**, pp. 559-576.

Wang, A-L., Vere-Jones, D. and Zheng, X. (1991). Simulation and estimation procedures for stress release models, in Stochastic Processes and their Applications (Eds M. J. Beckmann, M. N. Gopalan, R. Subramanian), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems,* **370**, pp. 11-27, Springer.

Zheng, X. (1991). Ergodic threorems for stress release processes, *Stoch. Proc. Applications,* **37**.

Zheng, X. and Vere-Jones, D. (1992). Further applications of stress release models to historical data (submitted for publication).

3.3 異なった地域の地震活動の相関

Albarello, D., Mucciarelli, M. and Mantovani, E. (1989). Use of non-parametric correlation tests for the study of seismic interrelations, *Geophys. J. Int.*, **96**, pp. 185-188.

Cox, D. R. and Lewis, P. A. W. (1966). *The Statistical Analysis of Series of Events*, Methuen, London.

Hawkes, A. G. (1971). 3.1 節参照.

De Natale, G., Musmeci, F. and Zollo, A. (1988). A linear intensity model to investigate the causal relatin between Calabian and North-Aegean earthquake sequences, *Geophys. J.*, **95**, pp. 285-293.

Kanamori, H. (1972). Relation between tectonic stress, great earthquakes, and earthquake swarms, *Tectonophysics,* **4**, pp. 1-12.

神沼克伊 (1973). 地震・火山活動の互関性, **関東大地震50周年論文集**, pp. 185-197.

Kendall, M. G. (1938). A new measure of rank correlation, *Biometrika,* **30**, pp. 81-93.

Mantovani, E., Albarello, D. and Mucciarelli, M. (1986). Seimic activity in North Aegean region as middle-term precursor of Calabian earthquakes, *Phys. Earth Planet. Int.,* **44**, pp. 264-273.

Mogi, K. (1973). Relationship between shallow and deep seismicity in the western Pacific region, *Tectonophysics* **17**, pp. 1-22.

尾形良彦 (1981). 事象発生の因果解析—地震の地域的関連性を測る, 統計モデル：モデル構成の新しい波, 赤池弘次 編, **数理科学3月号**, pp. 30-36.

Ogata, Y. (1983). Likelihood analysis of point processes and its application to seismological data, *Bull. Int. Statist. Inst.* **50**, pp. 943-961.

Ogata, Y. and Akaike, H. (1982). On linear intensity models for mixed doubly stochastic Poisson and self-exciting point process, *J. Royal Stat. Soc.,* **44**, pp. 102-107.

Ogata, Y., Akaike, H. and Katsura, K. (1982). The application of linear intensity models to the investigation of causal relation between a point process and another stochastic process, *Ann. Inst. Statist. Math.,* **34**, pp. 373-387.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1986). Point process model with linearly parameterized intensity for the application to earthquake data, *J. Appl. Probab.,* **23A**, pp. 291-310.

Shimazaki, K. (1978). Correlation between intraplate seismicity and interplate earthquakes in Tohoku, northeast Japan, *Bull. Seismol. Soc. Am.,* **68**, pp. 181-192.

Utsu, T. (1974). Space-time pattern of large earthquakes occurring off the Pacific coast of the Japanese Islands, *J. Phys, Earth,* **22**, pp. 325-342.

宇津徳治 (1975). 関東地方の地震と飛騨地方のやや深発地震の相関について, **地震** 第2輯, **第28巻**, pp. 303-311.

IV. 余震活動の統計解析

平野烈介 (1924). 関東地方大地震の余震研究 (熊谷にて), **気象集誌**, 第2輯, **第2巻**, pp. 77-83.

大森房吉 (1894). 余震に就きて, **震災予防調査会報告**, **2**, pp. 103-139.

Omori, F. (1894). On the aftershocks of earthquakes, *J. Coll. Sci., Tokyo Imp. Univ.,* **7**, pp. 111-200.

4.1 改良大森の公式

Mogi, K. (1962). On the time distribution of aftershocks acconpanying the recent major earthquakes in and near Japan, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **40**, pp. 107-124.

宇津徳治 (1957). 地震のマグニチュードと余震の起こり方, **地震** 第2輯, **第10巻**, pp. 35-45.

Utsu, T. (1961). A statistical study on the occurrence of aftershocks, *Geophys. Mag.,* **30**, 521-605.

Utsu, T. (1962). On the nature of three Alaskan aftershock sequences, *Bull. Seismol. Soc. Am.,* **52**, pp. 279-297.

Utsu, T. (1969). Aftershocks and earthquake statistics (I) : some parameters which characterize an aftershock sequence and their interaction, *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ., Ser. VII,* **3**, pp. 129-195.

4.2 点過程の最尤法による推定法

Davis, S. D. and Frohlich, C. (1991). Single-link cluster analysis of earthquake aftershocks : Decay laws and regional variations, *J. Geophys. Res.* **96**, pp. 6335-6350.

Hirata, T. (1987). Omori's power law aftershock sequences of micrifracuturing in rock fracture experiment, *J. Geophys. Res.,* **92**, pp. 6215-6221.

Kisslinger, C. and Jones, L. M. (1991). Properties of aftershock sequences in Southern California, *J. Geophys. Res.,* **86**, pp. 11947-11958.

Ogata, Y. (1983a). 3.3節参照.

Ogata, Y. (1983b). Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure, *J. Phys. Earth,* **31**, pp. 115-124.

Reasenberg, P. A. and Jones, L. M. (1989). Earthquake hazard after a main shock in Calfornia, *Science,* **243**, pp. 1173-1176.

宇津徳治 (1957). 4.1節参照.
Utsu, T. (1961). 4.1節参照.

4.3 余震活動は改良大森の公式にいつまで従うのだろうか？

Ogata, Y. (1989). Statistical model for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis, *Tectonophysics,* **169**, pp. 159-174.
Ogata, Y. and Shimazaki, K. (1984). Transition from aftershock to normal activity : the 1965 Rat Islands earthquake aftershock sequence, *Bull. Seismol. Soc. Am.,* **74**, pp 1757-1765.
Utsu, T. (1969). 4.1節参照.

4.4 二次余震 (Secondary Aftershocks)

Ogata, Y. (1983a, b). それぞれ3.3節および4.2節参照.
Ogata, Y. and Shimazaki, K. (1984). 4.2節参照.
Matsu'ura R. S. (1986). 7.3節参照.
Zhao, Z., Matsumura, K. and Oike, K. (1989). 7.3節参照.
Utsu, T. (1970). Aftershocks and earthquake statistics (II) : Further investigation of aftershocks and other earthquakes sequence based on a new classification of earthquake sequences, *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ., Ser. VII,* **3**, pp. 379-441.

V. 地震活動のノンパラメトリックな統計解析

5.1 長記憶性，自己相似性の推定

Cox, D. R. and Lewis, P. A. W. (1966). 3.3節参照.
Mandelbrot, B. B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature.* New York : W. H. Freeman and Company.
Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservors, *Trans. Amer. Soc. Civil Engeneers* bf 116, pp. 770-808.
Mandelbrot, B. B. and Wallis, J. R. (1969). Some long-run properties of geophysical records, *Water Resources Research* **5**, pp. 321-340.
尾形良彦 (1987). 6.4節参照.
Ogata, Y. and Abe, K. (1991). 5.2節参照.
Ogata, Y. and Katsura, K. (1991). Maximum likelihood estimates of the fractal dimension for random spatial patterns, *Biometrika,* **78**, pp. 463-474.

5.2 地震活動時系列の長記憶性

Abe, K. (1981). Magnitudes of large shallow earthquakes from 1904 to 1980. *Phys. Earth. Planet. Inter.,* **27**, pp. 72-92.
Abe, K. and Noguchi, S (1983a). Determination of magnitudes of large shallow earthquakes 1898-1917. *Phys. Earth. Planet. Inter.,* **32**, pp. 45-59.
Abe, K. and Noguchi, S (1983b). Revision of magnitudes of large earthquakes 1897-1912. *Phys. Earth. Planet. Inter.,* **33**, pp. 1-11.
Abe, K. (1984). Complements to "Magnitudes of large shallow earthquakes from 1904 to 1980". *Phys. Earth. Planet. Inter.,* **34**, pp. 17-23.
Ogata, Y. and Abe, K. (1991). Some statistical features of the long term variation of the grobal and regional seismic activity, *Int. Statist. Rev.,* **59**, pp. 139-161.
Pacheco, J. F. and Sykes L. R. (1992). Seismic moment catalog of large shallow earthquakes, 1900 to 1989, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **82**, pp. 1306-1349.
Perez, O. J. and Sholz, C. H. (1984). Heterogeneities of the instrumental seismicity catalog (1904-1980) for strong shallow earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **74**, pp. 669-686.
宇津徳治 (1982). 日本付近のM6.0以上の地震および被害地震の表：1885年—1980年, **地震研究所彙報, 57**, pp. 401-463.
宇津徳治(1985). 日本付近のM6.0以上の地震および被害地震の表：1885年—1980年，訂正と追加, **地震研究所彙報, 60**, pp. 639-642.

VI. 地震活動のパラメトリックな統計モデル

6.1 Trigger model

Baudin, M. (1981). Likelihood and nearest neighbor distance properties of multidimensional Poisson cluster processes, *J. Appl. Probab.* **18**, pp. 879-888.

Hawkes, A. G. and Adamopoulos, L. (1973). 6.2節参照.

Jeffreys, H. (1938). Aftershocks and periodicity in earthquakes, *Gerlands Beitrage zur Geophysik* **53**, pp. 111-139.

Lomnitz, C. and Hax, A. (1966). Clustering in aftershock sequences, *American Geophysical Union Geophysics Monograph* **10**, pp. 502-508.

Lomnitz, C., and F. A. Nava (1983). The predictive value of seismic gaps, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **73**, pp. 1815-1824.

Neyman, J. E. and Scott, E. L. (1958). A statistical approach to problems of cosmology, *J. Roy. Statist. Soc.,* **B 20**, pp. 1-43.

Ogata, Y. (1988). 6.2節参照.

佐瀬広隆 (1974). 松代群発地震の時系列解析, **地震学会春季大会講演予稿集,** p. 57.

佐瀬広隆 (1980). 松代群発地震の時系列解析, **千葉工商高校研究紀要,** **4**, pp. 1-16.

Utsu, T. (1970). 4.4節参照.

Utsu, T. (1972). Aftershocks and earthquake statistics (IV) : Analyses of the distribution of earthquakes in magnitude, time, and space with special consideration to clustering characteristics to earthquake occurrence (2), *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ., Ser. VII,* **3**, pp. 379-441.

Vere-Jones, D. (1970). Stochastic models for earthquake occurrence (with discussion), *J. R. Statist. Soc.,* **B 32**, pp. 1-62.

Vere-Jones, D. (1975). Stochastic models for earthquake sequences, *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **42**, pp. 811-826.

Vere-Jones, D. and Davies, R. B. (1966). A statistical survey of earthquakes in the main seismic region of New Zealand, Part 2, Time series analyses, *New Zealand J. Geology and Geophys.,* **9**, pp. 251-284.

6.2 Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) モデル

Hawkes, A. G. (1971). 3.1節参照.

Hawkes, A. G. and Adamopoulos, L. (1973). Cluster models for earthquakes-Regional comparisons, *Bull. Int. Statist. Inst.* **45**, Book 3, pp. 454-461.

Hawkes, A. G. and Oakes, D. A. (1974). A cluster process representation of a self-exciting process, *J. Appl. Probab.* **11**, pp. 493-503.

Kendall, D. G. (1949). Stochastic processes and population grouth, *J. R. Statist. Soc.,* **B 11**, pp. 230-264.

Lomnitz, C. (1974). *Global Tectonics and Earhquake Risk*, Elsevir, London.

Ogata, Y. (1985). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *Research Memo.* (*Technical report*), No. 288, Inst. Statist. Math., Tokyo.

Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *J. Amer. Statist. Assoc.,* **83**, No. 401, pp. 9-27.

Ogata, Y. (1989). Statistical model for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis, *Tectonophysics,* **169**, pp. 159-174.

Ogata, Y. (1992). 7.2節参照.

Utsu, T. (1962). 4.1節参照.

Utsu, T. (1970). 4.4節参照.

Utsu, T. (1971). Aftershocks and earthquake statistics (III) : Analyses of the distribution of earthquakes in magnitude, time, and space with special consideration to clustering characteristics to earthquake occurrence (1), *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ., Ser. VII,* **3**, pp. 379-441.

宇津徳治, 関 彰 (1955). 余震区域の面積と本震のエネルギーとの関係, **地震** 第2輯, **第7巻,** pp. 233-240.

Yamanaka, Y. and Shimazaki, K. (1990). Scaling relationship between the number of aftershocks and the size of the main shock, *J. Phys. Earth* **38** pp. 305-324.

6.3 地震活動パタンの計量

Mogi, K. (1963). Some discussions on aftershocks, foreshocks, and earthquake swarms-The fracture of a semi-infinite body caused by an inner stress origin and its relation to the earthquake phenomena, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **41**, pp. 615-658.

尾形良彦 (1987). 6.4節参照.

Ogata, Y. (1992). 7.3節参照.

Utsu, T. (1970). 4.4節参照.

6.4 ETAS モデルと Restricted Trigger モデルの比較

Jeffreys, H. (1938). 6.1節参照.

Mogi, K. (1968). Migration of seismic activity, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **46**, pp. 53-74.

尾形良彦 (1987). 6.4節参照.

Ogata, Y. (1985, 88). 6.2節参照.

宇津徳治 (1982, 85). 5.2節参照.

6.5 二次モーメントによる ETAS と Trigger モデルの比較

Hawkes, A. G. and Oakes, D. A. (1974). 6.2節参照.

尾形良彦(1987). 地震活動の長記憶性と標準統計モデル, **数理地震学(II)**, フラクタルと破壊現象の数理 共同研究成果報告書, 代表 斉藤正徳, 統計数理研究所.

Ramselaar, P. A. (1990). The mean behavior of the Ogata earthquake process, *Master Thesis,* Mathematical Institute, University of Utrecht, The Netherland.

Taqqu, M. S. (1979). Convergence of integrated processes of arbitrary Hermite rank, *Z. fur Wahrscheinkeitstheorie,* **50**, pp. 53-83.

VII. 地震活動の静穏化現象

Habermann, R. E., McCann, W. R. and Nishenko, S. P. (1983). A gap is ..., *Bull. Seism. Soc. Am.,* **73**, pp. 1485-1486.

井上宇胤 (1965). 新潟地震前における震央付近および隣接地域の地震活動について, **験震時報 29**, pp. 139-144.

Lomnitz, C. (1982). What is a gap? *Bull, Seismol. Soc. Amer.,* **72**, pp. 1411-1413.

Lomnitz, C., and F. A. Nava (1983). The predictive value of seismic gaps, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **73**, pp. 1815-1824.

Ogata, Y. and Shimazaki, K. (1984). 4.3節参照.

大竹政和 (1980). 地震空白域にもとづく地震予知, **国立防災科学技術センター研究報告, 23**, pp. 65-110.

7.1 静穏化現象の統計解析

Habermann, R. E. (1988). Precursory seismic quiescence: past, present, and future, *PAGEOPH,* **126**, pp. 279-318.

Kisslinger, C. (1988). An experiment in earthquake prediction and the 7 May 1986 Andoreanof Islands earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.,* **78**, pp. 218-229.

Matthews, M. V. and Reasenberg P. A. (1988). Statistical methods for investigating quiescence and other temporal seismicity patterns, *Pure Apple. Geophys.* **126**, pp. 357-372.

Reasenberg, P. A. (1985). Second-order moment of central California seismicity, 1969-1982, *J. Geophys. Res.,* **90**, pp. 5479-5945.

Reasenberg, P. A. and Matthews, M. V. (1988). Precursory seismic quiescence: a preliminary assessment of the hypothesis, *Pure Apple. Geophys.* **126**, pp. 373-406.

Wyss, M. and Habermann, R. E. (1988). Precursory seismic quiescence, *Pure Apple. Geophys.* **126**, pp. 319-332.

7.2 地震活動の相対的静穏現象

Lomnitz, C. (1982). 7.0節参照.

Ogata, Y. (1985, 88). 6.2節参照.

Ogata, Y. (1992). Detection of precursory relative quiescence before great earthquakes through a statistical model, *J. Geophys. Res.,* **97**, pp. 19845-19871.

宇津徳治（1982, 85）．5.2節参照．

7.3 余震の中の相対的静穏期および巨大地震発生前の相対的静穏期

井上宇胤（1965）．7節参照．

Latoussakis et al. (1991). *Tectonophysics,* **193**, pp. 299-.

Matsu'ura R. S. (1986). Precursory quiescence and recovery of aftershock activities before some large aftershocks, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **61**, pp. 1-65.

本谷義信（1988）．大地震の発生に先行する地震活動の低下，**地球**，**10**, pp. 317-321.

Ogata, Y. (1992). 7.2節参照．

Zhao, Z., Matsumura, K. and Oike, K. (1989). Characteristics of Temporal variation of seismic activity of recent large earthquake, sequences in the continental part of China, *J. Phys. Earth,* **37**, pp. 155-177.

VIII. 地震活動の空間および時空間パターンの特徴

8.1 地震群の時・空間・マグニチュードの二次モーメント

Bebbington, M., Zheng, X. and Vere-Jones, D. (1990). Percolation theory: a model for rock fracture? *Geophys. J. Int.,* **100**, pp. 215-220.

Hirata, T. (1989). Fractal dimensions of fault systems in Japan: fractal structure in rock fracture geometry at various scales, *Pageoph.,* **131**, pp. 157-170.

Kagan, Y. Y. (1981a). Spatial distribution of earthquakes: the three point correlation function, *Geophys, Roy. Astron. Soc.,* **67**, pp. 697-718.

Kagan, Y. Y. (1981b). Spatial distribution of earthquakes: the four point correlation function, *Geophys, Roy. Astron. Soc.,* **67**, pp. 719-733.

Kagan, Y. Y. (1991a). Fractal dimensions of brittle fracture, *J. Non Linear Science,* **1**, pp. 1-16.

Kagan, Y. Y. and Jackson, D. (1991). Long-term earthquake clustering, *Geophys. J. Int.,* **104**, pp. 117-133.

Kagan, Y. Y. and Knopoff, L. (1980). Spatial distribution of earthquake: the two point correlation function, *Geophys, Roy. Astron. Soc.,* **67**, pp. 303-320.

Lomnitz, C. (1966). Magnitude Stability in Earthquake Sequences, *Bulletin of the Seismological Society of America,* **56**, pp. 247-249.

Molchanov, S. A., Pisarenko, V. F. and Reznikova, A. Ya. (1986). On the percolation approach to fracture theory, in *Mathematical Methods in Seismology and Geodynamics, Computational Seismology,* **19**, pp. 3-7.

Ogata, Y. (1989). 6.2節参照．

Ogata, Y. and Abe, K. (1991). 5.2節参照．

Ogata, Y. and Katsura, K. (1991). Maximum likelihood estimates of the fractal dimension for random spatial patterns, *Biometrika,* **78**, pp. 463-474.

Okubo, P. G. and Aki, K. (1987). Fractal geometry in the San Andreas Fault System, *J. Geophys. Res.,* **92**, pp. 345-355.

Sadovsky, M. A., Goluva, T. V. et al. (1984). Characteristic dimension of rocks and hierarchical properties of seismicity, *Izv. Acad. Sci. USSR Phys. Solid Earth,* **20**, pp. 87-95 (English trans.).

斉藤正徳，菊地正幸，工藤和男（1973）．"地震の囲碁モデル"の解析解，**地震**，第2輯，**26**, pp. 19-25.

Stoyan, D. (1992). Caution with "Fractal" point patterns!, preprint.

Stoyan, D., Kendall, W. S. and Mecke, J. (1987). *Stochastic Geometry and Its Applications,* Akademie-Verlag, Berlin.

Vere-Jones, D. (1976). A branching model for crack propagation, *Pure App. Geophys.,* **114**, pp. 711-726.

Vere-Jones, D. (1978). Space-time correlations for microearthquakes-a pilot study, *Suppl. Adv. Appl. Prob.,* **10**, pp. 73-87.

8.2 地震活動の時空間モデル

Frohlich, C. and Apperson, K. D. (1992). Earthquake focal mechanisms, moment tensors, and the consistency of seismic activity near plate boundaries, *Tectonic,* **11**, pp. 279-296.

Hawkes, A. G. (1971). 3.1節参照．

Kagan, Y. Y. (1991b). Likelihood analysis of earthquake catalogues, *Geophys. J. Int.,* **106**, pp. 135-148.

Kagan, Y. Y. (1992a). Seismicity : turbulence of solids, *Nonlinear Sci. Today,* **2**, pp. 1-13.

Kagan, Y. Y. (1992b). Correlations of earthquake focal mechanisms, *Geophys. J. Int.,* **110**, pp. 305-320.

Kagan, Y. Y. (1992c). On the geometry of an earthquake falt system, *Phys. Earth Planet. Interiors,* **71**, pp. 15-35.

Musmeci, F. and Vere-Jones, D. (1992). A space-time clustering model for historical earthquakes, *Ann. Inst. Statist. Math.,* **44**, pp. 1-11.

Ogata. Y. (1993). On epidemic type aftershock sequence models, preprint for The 3rd US-Japan Joint Seminar on Statistical Time Series Analysis, January 25-29, 1993, Hilton Hawaiian Village Hotel, Honolulu.

8.3 前震と群発地震などの他種の群れとの比較

Agnew, D. C. and Jones, L. M. (1991). Prediction probabilities from foreshocks, *J. Geophys. Res.,* **96**, pp. 11959-11971.

Frohlich, C. and Davis, S. D. (1990). Single-link cluster analysis as a method to evaluate spatial and temporal properties of eartjquake catalogs, *Geophys. J. Int.* **100**, pp. 19-32.

Jones, L. M. and Molner, P. (1979). Some characteristics of foreshocks and their possible relationship to earthquake prediction and premonitory slip on faults, *J. Geophys. Res.,* **84**, pp. 3596-3608.

Ogata, Y., Utsu, T. and Katsura, K. (1992). Statistical features of foreshocks in comparison with other earthquake clusters, *Research Memo.,* **453**, Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

Papazachos, B. C. (1974). On certain aftershock and foreshock parameters in the area of Greece, *Ann. Geofis.,* **27**, pp. 497-515.

Papazachos, B. C. (1975). Foreshocks and earthquake prediction, *Tectonophysics,* **28**, pp. 213-226.

Yamashina, K. (1981a). A method of probability prediction for earthquakes in Japan, *J. Phys. Earth,* **29**, pp. 9-22.

Yamashina, K. (1981b). Some empirical rules on foreshocks and earthquake prediction, *Earthquake Prediction : An International Review,* editated by D. W. Simpson and P. G. Richards, A. G. U., Washington, D. C., pp. 517-526.

Smith, E. G. C. (1981). Foreshocks of shallow New Zealand earthquakes, *New Zealand J. Geol. and Geophys.,* **24**, pp. 579-584.

宇津徳治 (1978). 前震と群発地震の識別に関する一調査, **地震** 第2輯, 第31巻, pp. 129-135.

von Seggern, D., Alexander, S. S. and Baag C. E. (1981). Seismicity parameters preceding moderate to major earthquakes, *J. Geophys. Res.,* **86**, pp. 9325-9351.

Wong, K. C. and Wyss, M. (1985). Clustering of foreshocks and preshocks in the Circum-Aegean Region, *Earthq. Predict. Res.,* **1**, pp. 121-140.

8.4 複数観測項目による地震予知の適中率について

宇津徳治 (1977). 地震予知の適中率と予知率, **地震** 第2輯, **第30巻**, pp. 179-185.

宇津徳治 (1979). 地震予知の適中率の計算 (伊豆大島近海地震を例として), **地震予知連絡会会報**, **21**, pp. 164-166.

宇津徳治 (1982). 地震予知の適中率と予知率 (第2報), **地震研究所彙報**, **57**, pp. 499-524.

IX. 地震波データの統計

9.1 局所定常ARモデルによる地震波の自動検測

Kitagawa, G. and Akaike, H. (1978). A procedure for the modeling of non-stationary time series, *Ann. Inst. Statist. Math.,* **30**, pp. 351-363.

Kitagawa, G. and Takanami, T. (1985). Extraction of signal by a time series model and screening out micro earthquakes *Signal Proessing,* 8, pp. 303-314.

森田裕一, 浜口博之 (1981). 2次元自己回帰過程によるS波初動の自動検測, **地震** 第2輯, **第34巻**, pp. 223-240.

森田裕一, 浜口博之 (1984). 自己回帰過程による地震波初動の自動検測とその信頼区間, **地震** 第2輯, **第37巻**, pp. 281-293.

Ozaki, T. and Tong, H. (1975). On the fitting of non-stationary autoregressive models in time series analysis, *Proceeding of the 8-th Hawaii International Conference on System Science,* Western Periodical Company.

高波鉄夫，北川源四郎(1983)．微弱な地震波形の自動判定処理高速化の一つの試み，**地震学会講演予稿集，** No. 2, p. 140.

Takanami, T. and Kitagwa, G. (1988). A new efficient procedure for the estimation of on-set times of seismic waves, *J. Phys. Earth,* **36**, pp. 267-290. Takanami, T. and Kitagwa, G. (1991). Estimation of the arrival times of seismic waves by multivariate time series model, *Ann. Inst. Stat. Math.,* **43**, pp. 407-434.

横田 崇，周 勝奎，溝上 恵，中村 功 (1981)．地震波データの自動検測方式とオンライン処理システムにおける稼働実験，**地震研究所彙報，56**, pp. 449-484.

9.2 震源決定，走時表，P 波トモグラフィー

Aki, K., Christofferson, A. and Husebye, E. S. (1977). Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere, *J. Geophys. Res.,* **82**, pp. 277-296.

Bolt, B. A. (1976). Abnormal seismology, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **66**, pp. 617-623.

Dziewonskii, A. M. and Anderson, D. L. (1983). Travel times and station corrections for P waves at teleseismic distances, *J. Geophys. Res.,* 88, pp. 3295-3315.

Jeffreys, H. and Bullen, K. E. (1940). *Seismological Tables,* British Association, Gray-Miln Trust.

平原和朗(1990)．実体波データによる地球構造の3次元インバージョン法，**地震** 第2輯，**第43巻，** 291-306頁，

Inoue, H., Fukao, Y., Tanabe, K. and Ogata, Y. (1990). Whole mantle P-wave travel time tomography, *Phys. Earth. Planet. Interiors,* **59**, pp. 294-328.

中西一郎 (1987)．地震波による地球のトモグラフィー，**科学，55**, pp. 350-358.

中西一郎 (1988)．地球内部構造に関する最近の地震学的研究，**地震** 第2輯，第**41**巻，pp. 133-144.

Stone, M. (1974). Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions (with discussions), *J. Royal Statist. Soc.,* **B 36**, pp. 111-147.

9.3 地震波アレイデータの時空間統計解析

Capon, J. (1973). High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE,* **57**, pp. 1408-1418.

9.4 コーダ波とコーダ Q の推定について

Aki, K. and Chouet, A. B. (1975). Origin of coda waves: source, attenuation and scattering effect, *J. Geophys. Res.,* **80**, pp. 3322-3342.

Sheimer, J. and Landers, T. E. (1974). Short period coda of a local event at LASA, *Semiannual Technical Summary, Lincoln Lab., MIT, Cambridge*, pp. 42-44.

佐藤春夫 (1987)．地震発生に関連した散乱と減衰の時間的変化，**地震予知研究シンポジウム，** 日本学術会議地震学研究連絡委員会，地震学会 pp. 157-163.

9.5 地球の自由振動，存否法

Bolt, B. A. and Brillinger D. R. (1979). Estimation of uncertainties in eigenspectral estimate from decaying geophysical time series, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.,* **58**, pp. 593-603.

熊沢峰夫，古本宗充，深尾良夫，山本明彦，水谷 仁(1983)．存否法，**地震学会春季大会アブストラクト，** 137頁．

Fukao, Y. and Suda N. (1989). Core modes of the Earth's free oscillations and structure of the inner core, *Geophys. Res. Lett.,* **16**, pp. 401-404.

Pisarenko, V. F. (1972). On the estimation of spectra by means of non-linear functions of the covariance matrix, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.,* **28**, pp. 511-531.

9.6 地震発生のメカニズム解と地震のモーメント解

Brillinger, D. R., Udias, A. and Bolt, B. A. (1980). A probability model for regional focal mechanism solutions, *Bull. Seismol. Soc. Amer.,* **70**, pp. 149-170.

Dziewonski, A. M., Chou, T.-A., and Woodhouse, J. H. (1981). Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity, *J. Geophys. Res.,* **86**, pp.

2825-2852.

Dziewonski, A. M. and Woodhouse, J. H. (1983). An experiment in the systematic study of global seismicity: centroid-moment tensor solutions for 201 moderate and large earthquake of 1981, *J. Geophys. Res.,* 88, pp. 3247-3271.

Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.,* **65**, pp. 2981-2988.

9.7 破壊過程の inversion

Aki, K. (1966). Generation and propagation of G waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964, Part 2. Estimation of earthquake moment, released energy and stress drop grom G-wave spectrum, *Bull. Earthq. Res. Inst.,* **44**, pp. 73-88.

Kanamori, H. (1970). Synthesis of long-period surface waves and its application to earthquake source studies—Kuril Islands earthquake of October 13, 1963, *J. Geophys. Res.,* **75**, pp. 5011-5027.

Kikuchi, M. and Fukao, Y. (1985). Iterative deconvolution of complex body waves from great earthquakes—the Tokachi-oki earthquakes 1968, *Phys. Earth Planet. Interiors,* **37**, pp. 235-238.

9.8 爆破地震と Deconvolution

東 貞成，纐纈一起，柳沢馬住，嶋 悦三 (1989). 人工地震実験による首都圏の地下構造，**地震学会講演予稿集，** No. 1, p. 188.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1988). 10.1 節参照.

Robinson, E. A. (1983). *Migration of Geophysical Data,* International Human Resources Development Corp., Boston.

Waters, K. H. (1978). *Refrection Seismology,* Wiley, New York.

Walden, A. T. and Guttorp, P., Editors (1992). *Statistics in the Enviromental and Earth Sciences,* Edward Arnold, London.

Wood, L. C. and Treitel, S. (1975). Seismic signal processing, *Proc. IEEE,* **63**, pp. 649-661.

9.9 広帯域地震計のグローバルネットワークと統計解析

島崎邦彦編 (1992). *Proceedings of pre-POSEIDON workshop, Tokyo,*平成３年度文部省科研費総合研究(A) 03302019「グローバル地震観測網データの共同利用システムと解析手法の開発」

X. 固体・流体地球科学の統計の中から

10.1 重力データの平滑化

Fukao, Y., Yamamoto, A. and Nozaki, K. (1981). A method of density determination for gravity correction, *J. Phys. Earth,* **29**, pp. 163-166.

井上 公 (1985). 一般化インバース理論に基づく離散データの平滑化，**情報地質，10**, pp. 105-134.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1988). Likelihood analysis of spatial inhomogeneity for marked point patterns, *Ann. Inst. Statist. Math.,* **40**, pp. 29-39.

村田泰章 (1990). ABIC 最小化法によるブーゲー密度の推定，**地震** 第２輯，第 43 巻，pp. 327-339.

Murata, Y. (1992). Estimation of optimum surface density distribution only from gravitational data: an objective Bayesian approach, to appear in *J. Geophys. Res.*

10.2 地球潮汐の影響を受けた時系列データ解析

Ishiguro, M., Akaike, H., Ooe, M. and Nakai, S. (1981). A Bayesian approach to the analysis of earth tide, *Proceedings of the 9th International Simposium on Earth Tides,* (ed. J. T. Kuo), E. Schweizerbart'sche Verlagsbahhandlung, Stuttgart.

石黒真木夫，佐藤忠弘，田村良明，大江昌嗣 (1984). 地球潮汐データ解析—プログラム BAYTAP の紹介—，**統計数理研究所彙報，32** 巻，pp. 71-85.

10.3 水文時系列解析

Kitagawa, G. (1987). Non-Gaussian state-space modeling of nonstationary time series, (with discussion), *J. Amer. Statist. Assoc. 82, pp. 1032-1063.*

Ozaki, T. (1980). On a model of non-linear feed-back system for riverflow prediction, Water Resources

Research, **16**, pp. 225-231.

Ozaki, T. (1985). Statistical identification of storage models with application to stochastic hydrology, *Water Resources Bulletin,* **21**, pp. 663-675.

尾崎 統 (1981). **統計モデル：モデル構成の新しい波**，赤池弘次 編，**数理科学** 3月号，pp. 30-36.

Sugawara, M. (1961). On the analysis of runoff structure about several Japanese rivers, *Japanese Journal of Geophysics,* **2**, pp. 1-76.

菅原正巳 (1977). タンクモデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発，**国立防災科学技術センター研究報告，第17号**，pp. 43-89.

北川源四郎，松本則夫，高橋 誠 (1991). 地下水位データの解析―非ガウス型時系列モデルの応用―，**応用統計学会予稿集.**

10.4 地球の極運動

大江昌嗣 (1976). 地球の極運動，**数理科学** 3月号，No 153, pp. 46-52.

Anderson, D. L. (1974). Earthquakes and the rotation of the Earth, *Science,* **186**, pp. 49-50.

O'connel, R. J. and Dziewonski, A. M. (1976). Excitation of the Chandler wobble by large earthquakes, *Nature,* **262**, pp. 259-262.

Ogata, Y. and Abe, K. (1988). Some statistical features of the long term variation of the grobal and regional seismic activity, *Res. Memo.,* No. **346**, The Institute of Statistcal Mathematics, Tokyo.

Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.,* **82**, pp. 2981-2987.

Naito, I. and Kikuchi, N. (1992). Atmospheric contributions to non-seasonal variations in the length of day, *Geophys. Res. Lett.,* **19**, pp. 1843-1846.

A. 付録

A.1 客観ベイズ法

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Trans. Autom. Control* **19**, pp. 716-723.

Akaike, H. (1977). On entropy maximization principle, in *Application of Statistics,* Ed. Krishnaiah, P. R., pp. 27-41, North-Holland, Amsterdam.

Akaike, H. (1980). Likelihood and Bayes procedure, in *Bayesisn Statistics,* Eds. Bernard, J. M., De Groot, M. H., Lindley, D. U. and Smith, A. F. M., University Press, Valencia, Spain.

Good, I. J. (1965). *The Estimation of Probabilities,* M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts.

Good, I. J. and Gaskins, R. A. (1971). Nonparametric roughness penalties for probability densities, *Biometrika,* **58**, pp. 255-277.

Ishiguro, M. and Sakamoto, Y. (1983). A Bayesian approach to binary response curve estimation, *Ann. Inst. Statist. Math.,* **35**, pp. 115-137.

Ogata, Y. (1989). A Monte Carlo method for high dimensional integration, *Numer. Math.,* **55**, pp. 137-157.

Ogata, Y. (1990). A Monte Carlo method for an objective Bayesian procedure, *Ann. Inst. Statist. Math.,* **42**, pp. 403-433.

A.2 条件付き強度関数

Liptser, R. S. and Shiryaev, A. N. (1978). *Statistical Random Processes, II : Applications,* Springer-Verlag, New York.

Ogata, Y. (1981). On Lewis' simulation method for point processes. *IEEE Trans. Inform. Theory,* **IT-30**, pp. 23-31.

A.3 スペクトル尤度関数

Bartlett, M. S. (1963). The spectral analysis of point processes, *J. R. Statist. Soc. B.,* **25**, pp. 264-296.

Hawkes, A. G. and Adamopoulos, L. (1973). 6.2節参照.

Ogata, Y. and Abe, K. (1991). 5.2節参照.

Ogata, Y. Katsura, K. (1991). 8.1節参照.

Whittle, P. (1962). Gaussian estimation in stationary time series, *Bull. Int. Statist. Inst.* **39**, pp. 105-129.

A.4 点過程の尤度関数 (Likelihood function)

Karr, A. N. (1986). Point Processes and Their Statistical Inference, Marcel Dekker, New York.

Kutoyants, Yu. (1979). Local asymptotic normality for processes of Poisson type, *Izvest. Akad. Arm. Nauk. Ser.,* **14**, pp. 3-20.

Kutoyants, Yu. (1982). Multidimensional parameter estimation of the intensity function of inhomogeneous Poisson processes, *Control Inform. Theory* **11**, pp. 325-334.

Kutoyants, Yu. (1984). *Parameter Estimation for Stochastoc Processes,* Heldermann Verag, Berlin.

Ogata, Y. (1978). The asymptotic behavior of maximum likelihood estimator of stationary point processes, *Ann. Inst. Stat. Math.,* **30**, pp. 243-261.

A.5 点過程の「残差」解析

Cox, D. R. and Lewis, P. A. W. (1966). 3.3 節参照.

Ogata, Y. (1988). 6.2 節参照.

Papangelou, F. (1972). Integrability of expected increments of point processes and related random change of scale, *Trans. Amer. Math. Soc.,* **165**, pp. 483-506.